This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.
+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.
+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.
+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`

A propos de ce livre

Ceci est une copie numérique d'un ouvrage conservé depuis des générations dans les rayonnages d'une bibliothèque avant d'être numérisé avec précaution par Google dans le cadre d'un projet visant à permettre aux internautes de découvrir l'ensemble du patrimoine littéraire mondial en ligne.

Ce livre étant relativement ancien, il n'est plus protégé par la loi sur les droits d'auteur et appartient à présent au domaine public. L'expression "appartenir au domaine public" signifie que le livre en question n'a jamais été soumis aux droits d'auteur ou que ses droits légaux sont arrivés à expiration. Les conditions requises pour qu'un livre tombe dans le domaine public peuvent varier d'un pays à l'autre. Les livres libres de droit sont autant de liens avec le passé. Ils sont les témoins de la richesse de notre histoire, de notre patrimoine culturel et de la connaissance humaine et sont trop souvent difficilement accessibles au public.

Les notes de bas de page et autres annotations en marge du texte présentes dans le volume original sont reprises dans ce fichier, comme un souvenir du long chemin parcouru par l'ouvrage depuis la maison d'édition en passant par la bibliothèque pour finalement se retrouver entre vos mains.

Consignes d'utilisation

Google est fier de travailler en partenariat avec des bibliothèques à la numérisation des ouvrages appartenant au domaine public et de les rendre ainsi accessibles à tous. Ces livres sont en effet la propriété de tous et de toutes et nous sommes tout simplement les gardiens de ce patrimoine. Il s'agit toutefois d'un projet coûteux. Par conséquent et en vue de poursuivre la diffusion de ces ressources inépuisables, nous avons pris les dispositions nécessaires afin de prévenir les éventuels abus auxquels pourraient se livrer des sites marchands tiers, notamment en instaurant des contraintes techniques relatives aux requêtes automatisées.

Nous vous demandons également de:

+ *Ne pas utiliser les fichiers à des fins commerciales* Nous avons conçu le programme Google Recherche de Livres à l'usage des particuliers. Nous vous demandons donc d'utiliser uniquement ces fichiers à des fins personnelles. Ils ne sauraient en effet être employés dans un quelconque but commercial.

+ *Ne pas procéder à des requêtes automatisées* N'envoyez aucune requête automatisée quelle qu'elle soit au système Google. Si vous effectuez des recherches concernant les logiciels de traduction, la reconnaissance optique de caractères ou tout autre domaine nécessitant de disposer d'importantes quantités de texte, n'hésitez pas à nous contacter. Nous encourageons pour la réalisation de ce type de travaux l'utilisation des ouvrages et documents appartenant au domaine public et serions heureux de vous être utile.

+ *Ne pas supprimer l'attribution* Le filigrane Google contenu dans chaque fichier est indispensable pour informer les internautes de notre projet et leur permettre d'accéder à davantage de documents par l'intermédiaire du Programme Google Recherche de Livres. Ne le supprimez en aucun cas.

+ *Rester dans la légalité* Quelle que soit l'utilisation que vous comptez faire des fichiers, n'oubliez pas qu'il est de votre responsabilité de veiller à respecter la loi. Si un ouvrage appartient au domaine public américain, n'en déduisez pas pour autant qu'il en va de même dans les autres pays. La durée légale des droits d'auteur d'un livre varie d'un pays à l'autre. Nous ne sommes donc pas en mesure de répertorier les ouvrages dont l'utilisation est autorisée et ceux dont elle ne l'est pas. Ne croyez pas que le simple fait d'afficher un livre sur Google Recherche de Livres signifie que celui-ci peut être utilisé de quelque façon que ce soit dans le monde entier. La condamnation à laquelle vous vous exposeriez en cas de violation des droits d'auteur peut être sévère.

À propos du service Google Recherche de Livres

En favorisant la recherche et l'accès à un nombre croissant de livres disponibles dans de nombreuses langues, dont le français, Google souhaite contribuer à promouvoir la diversité culturelle grâce à Google Recherche de Livres. En effet, le Programme Google Recherche de Livres permet aux internautes de découvrir le patrimoine littéraire mondial, tout en aidant les auteurs et les éditeurs à élargir leur public. Vous pouvez effectuer des recherches en ligne dans le texte intégral de cet ouvrage à l'adresse `http://books.google.com`

HD WIDENER
HW AA6C /

WID-LC
QB
145
.R6

GIFT OF

HARVARD COLLEGE OBSERVATORY

HARVARD COLLEGE LIBRARY

TRAITÉ
DE LA SPHÈRE
ET
DU CALENDRIER;

PAR M. RIVARD,

Professeur de Philosophie en l'Université de Paris,
au Collége de Beauvais.

SEPTIÈME ÉDITION,

Revue et augmentée par M. PUISSANT, Officier supérieur, Chef des Études à l'École d'application des Ingénieurs-Géographes, Chevalier de l'Ordre royal et militaire de Saint-Louis, etc.

Prix, 4 fr., et 5 fr. franc de port.

PARIS,

Chez Mme Ve COURCIER, Impr.-Lib. pour les Mathématiques et la Marine, quai des Augustins, n° 57.

1816.

WID-LC
QB
145
.R6

HARVARD UNIVERSITY
LIBRARY
AUG 16 1978

1164
32

AVERTISSEMENT DE L'ÉDITEUR.

En me chargeant, sur l'invitation de Mme Courcier, de la révision des épreuves du présent Ouvrage, qu'elle s'est décidée à réimprimer, à la demande de plusieurs personnes, j'ai pris sur moi de faire disparaître de la sixième édition due à feu M. Lalande, plusieurs négligences échappées à cet astronome célèbre, et d'y insérer un assez grand nombre de remarques qui ont pour objet, soit de donner sur les principaux phénomènes qui se passent dans le ciel, des notions plus exactes, soit de mieux approprier ces élémens au tems actuel, et de les rendre par ce moyen plus utiles à la jeunesse. J'ai même été tenté quelquefois de supprimer beaucoup d'explications surabondantes, et de rendre plus concises certaines parties un peu diffuses du texte; mais ensuite j'ai jugé plus convenable, par respect pour l'auteur, et pour ne pas refondre en entier son ouvrage, que l'on regarde comme un modèle de clarté, de ne rien changer à cet égard, d'autant plus

qu'il ne résulte de cette superfluité aucun inconvénient grave.

Quoique le Traité du Calendrier soit fort étendu, le lecteur pourra cependant consulter le dernier chapitre du troisième volume de l'Astronomie de M. Delambre, où cette matière est présentée sous un nouveau jour, et enrichie de détails et de calculs très-intéressans.

L. PUISSANT.

OBSERVATION

SUR LA SIXIÈME ÉDITION.

Le traité de la Sphère et du Calendrier, que Rivard publia en 1743 et 1744, a été très-utile dans les Colléges, il est recommandable par sa clarté, comme tous les ouvrages du même auteur; on le demande encore souvent, c'est ce qui m'a déterminé à me charger de la cinquième édition en 1798; celle-ci est à peu près conforme à la précédente. J'ai corrigé beaucoup de fautes dans la table des villes : j'ai ajouté un article sur l'équation du tems, dont il me semble que le public a besoin, et quelques explications dans le Calendrier. J'ai augmenté la table des arcs semi-diurnes. Je m'en suis occupé d'autant plus volontiers, que je dois quelque chose à la mémoire de l'auteur, dont les Elémens de Mathématiques me furent d'un grand secours en 1748. La première édition de ses Elémens de Géométrie parut en 1732, année de ma naissance.

J'ai traité les mêmes matières dans mon *Astronomie* en 3 volumes in-4°, dans l'*Abrégé* in-8°, et même dans mon *Astronomie des Dames;* mais il y a bien des personnes à qui le livre de Rivard suffira, et c'était assez pour déterminer cette nouvelle édition.

Ce respectable professeur, Dominique-François

Rivard, était né à Neufchâteau, en Lorraine, en 1697. De son tems le Collége de Beauvais était supérieurement monté. Il était très-bienfaisant; il avait tiré quarante mille francs de ses ouvrages; mais il avait tout donné : il mourut à Paris, sur la paroisse de Saint-Louis en l'Isle, le 8 avril 1778.

DE LA LANDE.

PRÉFACE.

De la troisième édition 1757, *et de la quatrième édition* 1768.

Entre les différentes sciences auxquelles les hommes s'appliquent, il y en a quelques-unes plus utiles et plus nécessaires, parce qu'elles sont le fondement de plusieurs autres et qu'elles en contiennent les principes. Telle est la connaissance de la Sphère, qui est comme la clef de l'Astronomie, de la Gnomonique, de la Navigation et de la Géographie. On peut dire même qu'elle est d'une nécessité indispensable pour quiconque veut s'appliquer à quelques-unes de ces sciences; mais l'étude de la Sphère n'est pas seulement recommandable, parce qu'elle sert à acquérir d'autres sciences; elle est encore par elle-même des plus agréables et des plus utiles. En effet, y a-t-il quelque chose de plus capable de piquer la curiosité, que de savoir comment ces grands corps, qu'on nomme Planètes, roulent sur nos têtes, et de connaître comment le Soleil peut produire en même tems des apparences si diverses et même si contraires sur la surface de la terre : les jours sont plus grands que les nuits dans certains lieux, tandis que, dans d'autres, les nuits sont plus longues; ici, les chaleurs sont insupportables; là, on ne pourrait endurer le froid, si l'on n'avait recours aux moyens que la Providence à établis pour s'en garantir. Le Soleil n'est-il donc pas à la même distance par rapport à tous les endroits de la terre? N'est-il pas surprenant qu'il y ait une partie de la terre sur laquelle les jours sont égaux aux nuits pendant toute l'année, et qu'il y en ait

d'autres dans lesquelles un seul jour et une seule nuit occupe une grande partie de l'année, ou même l'année entière? Dans un même pays les jours sont plus grands que les nuits dans une saison, après cela les nuits l'emportent sur les jours. Le Soleil irait-il tantôt plus vite, tantôt plus lentement, quand il est au-dessus ou au-dessous de l'horizon? Tout cela est capable d'embarrasser un esprit attentif à ces apparences. Bien des personnes qui ne manquent pas d'esprit sont dans l'étonnement quand elles apprennent que ceux qu'on appelle nos Antipodes, ne sont pas plus en danger de tomber que nous, et ont peine à croire ce qu'on leur dit de la mesure de la Terre, de sa grosseur ou de la grandeur de son diamètre, que l'on détermine, comme s'il y avait un puits qui perçât la Terre de part en part, et dont on eût mesuré la profondeur. La connaissance de la Sphère délivre l'esprit de ces embarras, et le tire de cet étonnement. Ajoutons que, par cette connaissance, on peut résoudre plusieurs problèmes curieux : trouver, par exemple, à quelle heure le Soleil se lève et se couche dans tous les lieux de la terre dont on connaît la situation; à quelle hauteur le Soleil est élevé dans chaque moment du jour, où sont placés les lieux dans lesquels le plus grand jour de l'année est de 16 heures, de 20, de 24, etc., ou bien d'un mois entier, ou même de deux, de trois, de quatre, de cinq, et de six mois.

Il serait à souhaiter qu'on eût un Traité de la Sphère, dont la bonté répondît à l'importance de la matière : en voici un que je présente au public. Je n'ai pas la témérité de penser qu'il ait cette perfection que l'on désirerait; mais j'ai tâché de le rendre le moins imparfait qu'il m'a été possible. Quoique j'aie fait entrer dans ce Traité ce que cette

matière renferme de plus difficile, je crois que ceux qui voudront se donner la peine de le lire avec attention, pourront l'entendre aisément; j'ai tâché d'en aplanir les difficultés; j'ai séparé du reste ce qui dépend de la Trigonométrie sphérique, et j'en ai fait le dernier livre, de peur que les lecteurs qui ne savent pas cette partie de la Géométrie, ne fussent rebutés par les problèmes qui la supposent : cependant ceux même qui n'ont aucune connaissance de cette Trigonométrie pourront aisément entendre les pratiques de ces problèmes. En un mot, ayant eu dessein de faire ce petit ouvrage de manière qu'on pût le mettre entre les mains des jeunes étudians de Philosophie, et que d'autres personnes plus avancées pussent le lire avec utilité, j'ai tâché de répondre aux desirs de ceux-ci, sans néanmoins rebuter les premiers.

Voici une quatrième édition de ce Traité, dans laquelle on trouvera plusieurs additions, dont la plus considérable est celle que l'on a placée à la fin du second Livre, sur le mouvement et les apparences de la Lune, sur les éclipses de cette planète et celles du Soleil, sur le mouvement des étoiles fixes. De plus, à la fin de ce Traité, j'en ai ajouté un petit qui y a beaucoup de rapport, parce qu'il a pour fondement le mouvement du Soleil et celui de la Lune comparés ensemble : c'est un abrégé du Calendrier, où j'ai expliqué avec le plus de clarté que j'ai pu la nature et l'usage du Cycle solaire, du Cycle lunaire, des Lettres dominicales, des Nombres d'or, et des Épactes que l'on a substituées à la place des Nombres d'or dans le nouveau Calendrier fait par les ordres de Grégoire XIII, en 1582, ouvrage immortel par son utilité et par l'heureuse invention des Épactes, qui en étendront l'usage jusqu'aux siècles les plus reculés.

Les Logarithmes sont si utiles et abrègent si considérablement la peine dans les calculs, que nous avons cru devoir nous en servir pour la résolution de plusieurs problèmes, surtout de ceux du quatrième Livre. On en trouvera la nature et l'usage expliqués dans le discours qui précède les Tables des Sinus, des Tangentes, des Sécantes, de leurs Logarithmes, et de ceux des nombres naturels que nous venons de faire imprimer très-correctement in-8°.

N. B. Les chiffres qu'on trouvera dans ce Traité de la Sphère, entre deux parenthèses, sont des citations : lorsqu'on a rappelé des propositions du même Livre où se trouve la citation, on s'est contenté de mettre le *numéro* de l'article en cette façon (8), c'est-à-dire, article 8 ; mais quand on a cité une proposition d'un autre livre du même Traité, on a de plus indiqué ce livre en cette manière (Liv II, art. 16). Les citations des *Élémens de Géométrie* sont conformes à la troisième édition et à l'Abrégé de ces *Élémens*. On a fait graver la sphère armillaire sur la première planche ; mais, comme il est fort difficile de se la bien représenter avec ce seul secours, c'est presqu'une nécessité d'en avoir une pour l'étudier : il faut tâcher d'en faire une soi-même avec du carton, quand on n'a pas occasion d'en avoir autrement ; on peut aussi avoir un globe céleste, et c'est ce qu'il y a de plus commode.

Les principales additions faites par l'éditeur, sont renfermées entre crochets : le reste du texte forme, à quelques corrections près, la sixième édition.

TRAITÉ
DE LA SPHÈRE.

NOTIONS PRÉLIMINAIRES.

1. Les Géomètres entendent par le terme de *sphère* un corps rond terminé par une surface dont tous les points sont également éloignés d'un point intérieur qu'on nomme *centre*. La sphère, prise en ce sens, est la même chose qu'un globe. Or on distingue deux sortes de globes dans l'Astronomie, qui est la science des astres et de leurs mouvemens; savoir, le globe céleste et le globe terrestre. Le globe céleste représente le ciel étoilé; le globe terrestre sert à représenter la surface de la terre et la situation des différens lieux placés sur cette surface. Mais on se sert ici du terme de *sphère* pour signifier un assemblage de différens cercles, au centre desquels on place un petit globe que l'on regarde comme la Terre : ces cercles ont été employés pour représenter les mouvemens des astres, et surtout du Soleil et de la Lune, selon le sentiment de Ptolémée, ancien astronome, qui vivait l'an 140. Il croyait que tous les astres tournent tous les jours d'orient en occident : c'est pourquoi l'on a donné à cet assemblage de cercles le nom de *sphère de Ptolémée;* on l'appelle aussi *sphère armillaire*. On peut concevoir que cette sphère n'est autre chose qu'une sphère ordinaire ou un globe, dont on a retranché les parties solides qui séparaient les cercles dont se compose la sphère armillaire. On ne sait pas bien quel en est l'auteur; les uns en attribuent l'in-

vention à Thalès, d'autres à Anaximandre, et d'autres à Archimède : quoi qu'il en soit, il est certain qu'elle est fort ancienne.

2. Voilà donc trois sortes de sphères, dont deux sont connues sous le nom de *globes*, le céleste et le terrestre. On en ajoute une quatrième, qu'on appelle *sphère de Copernic*, qu'on a inventée pour expliquer le mouvement des planètes selon la pensée de ce célèbre astronome, généralement adoptée aujourd'hui ; savoir, que le Soleil est le centre autour duquel les planètes font leurs révolutions. Ces quatre sphères sont artificielles, et représentent plusieurs parties de la sphère naturelle, qui n'est autre chose que cet univers que nous habitons ; c'est-à-dire le ciel avec ce qu'il renferme. Notre dessein est de traiter principalement de la sphère armillaire. Nous allons d'abord donner quelques notions, et établir certains principes nécessaires pour la suite.

3. On peut distinguer, dans toutes sortes de sphères, les grands et les petits cercles. Les grands cercles sont ceux qui passent par le centre de la sphère, et qui la partagent par conséquent en deux parties égales, que l'on appelle *hémisphères ;* ainsi un hémisphère n'est autre chose que la moitié d'une sphère ou d'un globe.

4. Les petits cercles sont ceux qui ne passent pas par le centre, et qui divisent la sphère en deux parties inégales.

5. Tous les grands cercles ont le même centre que la sphère, et par conséquent deux grands cercles se coupent toujours en parties égales, parce qu'ayant même centre que la sphère, leur commune intersection en est un diamètre, qui sert aussi de diamètre à l'un et à l'autre cercle.

6. *L'axe* ou l'essieu d'une sphère est un de ses diamètres autour duquel on conçoit qu'elle tourne. Les extrémités de l'axe, qui sont sur la surface de la sphère, sont appelées les *pôles* de la sphère.

7. Les cercles de la sphère ont aussi leur axe et leurs pôles. L'axe d'un cercle est une ligne perpendiculaire au plan du cercle, et passant par le centre.

8. Chaque pôle d'un cercle est également éloigné de tous

les points de sa circonférence ; car l'axe d'un cercle étant perpendiculaire à son plan, et d'ailleurs passant par le centre, il faut que chacun de ses points soit également éloigné de tous les points de la circonférence, aussi bien que celui qui est au centre.

9. Si de deux grands cercles de la sphère, l'un passe par un pôle de l'autre, le premier sera perpendiculaire au second, et réciproquement. Car si le premier passe par un pôle du second, il renfermera deux points de l'axe de ce second cercle ; savoir, ce pôle et le centre de la sphère, qui est commun à tous les grands cercles ; et par conséquent cet axe sera contenu tout entier dans le plan du premier cercle. Or cette ligne est perpendiculaire au second cercle dont elle est l'axe (7) ; donc le premier cercle est aussi perpendiculaire au second. Ainsi, dans la première figure, le cercle HZRN passant par le pôle Z de l'autre HORI, le premier est perpendiculaire au second, parce que, dans ce cas, le premier contient l'axe du second. Réciproquement, si le premier cercle est perpendiculaire au second, il faut qu'il passe par les pôles du second, parce qu'ayant un point commun avec l'axe du second, savoir, le centre C, cet axe, qui est perpendiculaire au second cercle de même que le premier, doit être tout entier dans le plan de ce premier cercle ; ainsi ce premier cercle passe par les pôles du second.

10. Quand un grand cercle passe par les pôles d'un autre, l'arc du premier, compris entre un pôle et la circonférence du second, est un quart de cercle, car ces deux grands cercles se coupent en deux parties égales (5) ; par conséquent HZR est une demi-circonférence. D'ailleurs le pôle Z étant également éloigné de tous les points de la circonférence de son cercle (8), l'arc ZH est égal à l'autre ZR ; par conséquent l'un et l'autre sont des quarts de cercle.

[Tous les cercles de la sphère se divisent, par la pensée, en 360 parties égales, qu'on nomme *degrés* ; le degré lui-même se divise en 60 parties égales, appelées *minutes*, et la minute en 60 parties ou *secondes*, etc. Cependant, depuis

l'adoption du système métrique décimal, quelques géomètres partagent la circonférence en 400 parties, qu'on nomme *grades* ou degrés décimaux, et chaque grade en 100 parties, et ainsi de suite ; mais dans ce Traité nous nous conformerons à l'ancien usage.]

Ces notions préliminaires étant supposées, nous partagerons ce Traité en quatre livres. Dans le premier nous expliquerons d'abord la sphère armillaire ; nous traiterons ensuite des différens cercles usités dans l'Astronomie, quoiqu'ils ne soient pas représentés dans cette sphère. Dans le second, nous transporterons, par la pensée, les cercles de la sphère armillaire sur la surface de la terre, qui, comme nous le prouverons, a la figure d'un globe, ou qui du moins en approche beaucoup ; et nous expliquerons les principales apparences que l'on observe dans le ciel, sur les différentes parties de la surface de la terre : ce second livre sera terminé par une exposition abrégée du système planétaire. Dans le troisième livre, nous donnerons plusieurs problèmes de la sphère qui ne supposent que la Trigonométrie rectiligne ; et enfin, dans le quatrième, nous donnerons ceux dont la solution dépend de la Trigonométrie sphérique.

LIVRE PREMIER.

De la Sphère armillaire, et des Cercles les plus usités dans l'Astronomie.

1. [L'OBSERVATEUR qui contemple les astres pour reconnaître leurs positions respectives, les conçoit à la surface d'une sphère immense, et aux extrémités des rayons qui partent de son œil pris pour centre de cette sphère.]

Lorsque les astronomes et les géographes parlent de sphère, sans spécifier laquelle, il faut entendre la sphère armillaire. Nous nous conformerons dans la suite à cet usage : cependant, comme elle n'a été inventée que pour représenter le monde ou la sphère naturelle, ce que nous dirons dans ce livre convient plus particulièrement à cette sphère qu'à celle qu'on nomme armillaire.

On distingue trois choses dans la sphère, des points, des lignes et des cercles. On compte douze points principaux, dont la plupart sont des pôles de cercles : les lignes sont l'axe de la sphère et les axes de plusieurs cercles. Enfin il y a dix cercles, six grands et quatre petits : les six grands sont l'*Horizon*, le *Méridien*, l'*Équateur*, le *Zodiaque* qui renferme l'*Écliptique*, et enfin les deux *Colures*. Les quatre petits cercles sont les deux *Tropiques* et les deux *Cercles polaires* : souvent on en ajoute un cinquième, que l'on appelle le *Cercle horaire*, dont nous parlerons sur la fin du second livre, en traitant du globe terrestre.

Communément le terme de *cercle* se prend plutôt pour la circonférence que pour l'espace qu'elle renferme : nous suivrons dans la suite cet usage, quoique, parmi les géomètres, le mot *cercle* signifie quelquefois la surface ou l'espace compris dans la circonférence.

2. Les dix cercles de la sphère sont indiqués par les mouvemens apparens du Soleil; on les emploie pour expliquer le mouvement des astres, ou pour déterminer leur situation : or

il y a plusieurs sortes d'astres; savoir, des étoiles fixes et des planètes.

Les étoiles fixes sont des astres qui paraissent garder toujours la même situation entr'eux; c'est pour cela qu'on les appelle *fixes*: il y en a un très-grand nombre. Les planètes, au contraire, changent de situation les unes à l'égard des autres, et par rapport aux étoiles fixes: il y en a sept qui sont connues de tout le monde et depuis un tems immémorial; savoir, le Soleil, la Lune, Mercure, Vénus, Mars, Jupiter et Saturne. Herschel en a découvert une huitième en 1781, que l'on appelle *Uranus*. MM. Piazzi et Olbers, deux autres en 1802, désignées sous les noms de *Cérès* et de *Pallas*. Enfin, plus récemment encore, MM. Harding et Olbers ont découvert deux nouvelles planètes que l'on nomme *Junon* et *Vesta*. On appelle quelquefois toutes ces planètes *étoiles errantes*, pour les distinguer des étoiles fixes. On pourrait ajouter une troisième espèce d'astre; savoir, les *Comètes*, qui changent aussi de situation par rapport aux étoiles fixes, mais qui ne paraissent que pendant un certain tems.

[Lorsque les astronomes eurent acquis une connaissance exacte du mouvement des corps célestes, ils appelèrent simplement *planètes* les astres qui font leur révolution autour du Soleil, et désignèrent par le nom de *satellites* ceux qui accompagnent les planètes dans leur course en circulant autour d'elles. La Lune, par exemple, est le satellite de la Terre, qui fait en tournant sur elle-même, sa révolution autour du Soleil.

Quant aux étoiles fixes, dont le nombre est immense, on en a formé différens groupes, afin de les mieux reconnaître; chaque groupe se nomme *constellation*.]

3. On remarque dans les étoiles et les planètes deux sortes de mouvemens, dont le premier se fait d'orient en occident. On l'appelle *diurne* ou *journalier*, parce qu'il s'achève dans l'espace de vingt-quatre heures ou d'un jour; on le nomme aussi le *mouvement commun*, parce qu'il est à peu près le même dans tous les astres. Le second mouvement est opposé au premier, et se fait par conséquent d'occident en orient: on

l'appelle *périodique* et *propre*; quand il s'agit du Soleil, on le nomme encore *annuel*, parce qu'il se fait dans l'espace d'une année. Cependant ce second mouvement est insensible au vulgaire dans les étoiles fixes, puisqu'il leur faut soixante-douze ans pour changer d'un degré.

4. Pour concevoir comment ces deux mouvemens peuvent convenir aux mêmes corps, il faut imaginer une roue sur laquelle il y a une mouche qui, pendant qu'elle marche vers un côté, est emportée de l'autre par le mouvement de la roue: en ce cas le mouvement communiqué à la mouche par la roue, peut représenter le mouvement commun des astres vers l'occident, tandis que le mouvement propre de la mouche représente leur mouvement périodique vers l'orient.

[Toutefois, il ne faut pas croire que ces deux mouvemens existent réellement dans les corps célestes, quoiqu'on en juge d'abord ainsi par les apparences; mais avant de découvrir la vérité, les hommes ont dû se laisser séduire par leurs sens.]

5. Le mouvement diurne fait décrire à tous les astres des cercles parallèles, qui ont tous par conséquent le même axe, que l'on appelle l'*axe du monde*, et dont les deux pôles sont aussi les pôles du monde. Le pôle qui est dans la partie du ciel, visible par rapport aux peuples de l'Europe, se nomme *septentrional*, *arctique*, ou *boréal*; et le pôle qui lui est opposé s'appelle *méridional*, *antarctique*, ou *austral*. Nous allons traiter de chaque cercle de la sphère en particulier.

De l'Horizon.

6. L'horizon est un grand cercle qui divise la sphère ou le monde en deux parties égales, dont l'une est exposée à nos yeux, et l'autre est cachée par rapport à nous. La première est appelée hémisphère supérieur; la seconde, hémisphère inférieur, parce que la première est au-dessus de la seconde. L'hémisphère supérieur est donc cette partie du ciel que nous voyons, et l'hémisphère inférieur est l'autre partie que nous ne pouvons apercevoir, à cause de la Terre qui la dérobe à nos yeux; enfin

l'horizon est un cercle que l'on conçoit, dont le plan sépare ces deux parties. Dans la sphère armillaire, l'horizon est le cercle posé sur quatre supports qui sont attachés au pied de la sphère.

7. L'axe de l'horizon est une ligne droite que l'on conçoit passer par le point du ciel qui est directement au-dessus de nous, et par celui qui lui est diamétralement opposé, lequel répond à nos pieds ; le premier est appelé *zénith*, et le second *nadir :* ce sont deux termes qui nous viennent des Arabes. Cet axe passe aussi par le centre de la Terre.

8. L'horizon sert à déterminer le lever et le coucher des astres: car lorsque le Soleil, par exemple, monte sur l'horizon, on dit qu'il se lève ; il se couche quand il descend au-dessous. On distingue deux sortes d'horizons, le *rationnel* et le *sensible*.

9. L'horizon rationnel ou *mathématique* est celui qui passe par le centre de la Terre, et qui, par conséquent, divise la sphère en deux parties qui sont entièrement égales, en supposant que la Terre est au centre du monde, comme les anciens le croyaient.

10. L'horizon sensible, que l'on appelle aussi *apparent*, est un plan que l'on suppose toucher la surface de la Terre, et que l'on conçoit parallèle à l'horizon rationnel. Les parties dans lesquelles cet horizon divise la sphère naturelle sont inégales, en parlant à la rigueur ; mais cependant on les peut considérer comme sensiblement égales : car, quoique le rayon ou le demi-diamètre de la terre, qui est la distance entre l'un et l'autre horizon, contienne environ 1432 $\frac{1}{2}$ lieues communes de France, de 2283 toises (ou de 25 au degré d'un des grands cercles de la terre), cependant il devient insensible, et peut être regardé comme un point, lorsqu'on le compare à la distance immense de la Terre aux astres, surtout s'il s'agit des étoiles fixes.

11. L'horizon, soit rationnel, soit sensible, se partage en deux moitiés, dont l'une est appelée l'*horizon oriental*, et l'autre l'*horizon occidental*, parce que le premier est à l'orient, et l'autre vers l'occident. Ces deux horizons sont séparés l'un de l'autre par le méridien, dont nous parlerons bientôt.

12. Il y a encore une autre espèce d'horizon, qu'on peut appeler *visible* : ce n'est autre chose que l'étendue de la Terre ou de la mer, que chacun peut voir en regardant la surface de la Terre autour de soi, autant que la vue peut s'étendre. La grandeur de cet horizon visible n'est pas toujours la même ; car il est évident que plus le spectateur sera élevé, plus cet horizon sera grand. Si, par exemple, il est sur le sommet d'une haute montagne, il découvrira une plus grande étendue de pays que s'il était vers le pied. Lorsqu'on connaît la hauteur de l'œil de l'observateur, c'est-à-dire la quantité dont il est élevé au-dessus de la surface de la Terre, il est facile de déterminer la longueur du diamètre de l'horizon visible, pourvu que d'ailleurs on connaisse le demi-diamètre de la Terre, qui est de 1432 ½ lieues, ou 3266611 toises.

13. Pour concevoir comment on peut trouver ce diamètre, soit (fig. 2.) le cercle dont le rayon est CB, qui représente la Terre ; AB, la montagne sur laquelle est le spectateur ; la ligne AD tangente au point D, désigne le rayon visuel qui termine d'un côté l'horizon visible, lequel a pour demi-diamètre l'arc BD, qui ne diffère pas sensiblement d'une ligne droite, à cause de la grosseur de la Terre. Cela posé, il ne s'agit que de trouver la valeur de l'angle BCD, dont l'arc BD est la mesure. Or on trouvera cet angle par le moyen du triangle ACD, qui est rectangle en D, parce que le rayon CD qui aboutit au point de contingence doit être perpendiculaire à la tangente. (Géom. Liv. I, art. 115.) On connaît donc trois choses dans ce triangle ; savoir, l'angle D, qui est droit, et les deux côtés CA et CD, dont le premier est la somme du demi-diamètre de la Terre CB, et de la hauteur AB, et le second est le demi-diamètre de la Terre CD ; ainsi on trouvera l'angle A (Trig., art. 48.) par cette proportion : *Le côté CA est au sinus total, comme le côté CD est au sinus de l'angle A*, dont le complément est l'angle C ; il a pour mesure BD, qui est un arc d'un grand cercle de la Terre, dont chaque degré vaut environ 57012 toises, chaque minute 951 toises, et chaque seconde environ 15 toises 5 pieds. Si donc on suppose la hauteur AB jusqu'à l'œil du spectateur,

de 100 toises, on trouvera que le demi-diamètre BD de l'horizon visible est de 27 minutes, qui font un peu plus de 11 lieues: ce qui montre qu'un homme, placé sur le sommet d'une montagne qui a 100 toises de hauteur, ne peut guère voir au-delà de 11 lieues, à moins que l'objet ne soit plus élevé que la surface de la Terre, comme une tour, un clocher, ou quelqu'autre édifice.

14. Tous les habitans de la Terre n'ont pas le même horizon, mais chacun a son horizon différent de celui qu'a un autre homme placé sur une autre partie de la surface de la Terre; et par conséquent un homme change d'horizon lorsqu'il passe d'un lieu dans un autre. Cela vient de la courbure de la Terre, comme il sera facile de le concevoir par la fig. 3, dans laquelle le cercle ODP représente le globe terrestre : car si quelqu'un est placé au point D, son horizon sera la tangente AB, c'est-à-dire que cette ligne désigne la situation de l'horizon ; s'il est placé au point O, son horizon sera EF ; et s'il est situé en P, l'horizon sera la tangente GH. Ces tangentes sont, comme on sait, perpendiculaires aux rayons CD, CO, et CP.

Il nous reste à donner l'explication de plusieurs signes et de plusieurs noms qu'on écrit entre les circonférences concentriques marquées sur l'horizon des sphères armillaires : nous en parlerons lorsqu'il s'agira du zodiaque.

Du Méridien.

15. Le méridien est un grand cercle de la sphère, qui passe par les deux pôles du monde, de même que par le zénith et le nadir, et qui la divise en deux hémisphères, dont l'un est appelé *oriental*, et l'autre *occidental*. Il paraît, par cette définition, que le méridien est perpendiculaire à l'horizon, puisqu'il passe par le zénith et le nadir, qui sont les pôles de ce cercle (art. 9 prélim.). On a inventé le méridien pour déterminer le milieu de la course des astres sur l'horizon. Or il est évident qu'il peut servir à cet usage, parce qu'il divise la sphère en deux parties égales, dont l'une est orientale et l'autre occidentale. Ce cercle

est nommé *méridien*, parce que, quand le Soleil y est parvenu, il est midi pour tous ceux qui ont le même méridien, ou plutôt le même demi-méridien, car alors il est minuit pour ceux qui sont sous le demi-méridien opposé (*). Or il faut concevoir que ces deux demi-méridiens sont séparés l'un de l'autre par un grand cercle, au pôle duquel se trouve le Soleil quand il répond au méridien ; et par conséquent ce grand cercle est différent de l'horizon, à moins que le Soleil ne soit au zénith.

16. De ce que le méridien passe par les pôles du monde, il suit qu'un homme qui va droit d'un pôle de la Terre à l'autre, répond toujours au même méridien ; mais s'il avance selon toute autre direction, par exemple de l'orient vers l'occident, il change alors de méridien : il y a donc cette différence entre l'horizon et le méridien, qu'un homme change toujours d'horizon lorsqu'il va d'un endroit dans un autre éloigné du premier sensiblement ; par exemple d'un myriamètre : mais il ne change de méridien que quand il avance vers l'orient ou vers l'occident.

17. On voit donc qu'il y a des méridiens sans nombre, quoiqu'il y ait plus d'horizons que de méridiens ; car deux villes, quoique très-éloignées, peuvent répondre au même méridien ; c'est ce qui arrive quand elles sont situées sur une même ligne qui va directement d'un pôle de la Terre vers l'autre ; mais elles n'ont pas le même horizon. Or il faut remarquer que tous les méridiens se coupent aux pôles du monde, et que par conséquent ils sont d'autant moins distans les uns des autres, qu'ils approchent plus près des pôles. C'est ce que l'on peut observer dans les cartes géographiques qui représentent les méridiens terrestres, lesquels répondent aux méridiens célestes, comme nous le dirons.

18. Quoiqu'il y ait plusieurs méridiens, et même une infinité dans la sphère naturelle, cependant il n'y en a qu'un pour

(*) Maintenant l'on est dans l'usage d'appeler *méridien supérieur* le demi-méridien dans lequel le Soleil se trouve à midi, et *méridien inférieur*, l'autre partie de ce grand cercle.

chaque lieu ; c'est celui qui passe par le zenith et par le nadir ; et que l'on appelle pour cela le méridien du lieu, ou simplement le méridien.

19. On a coutume de marquer les degrés de la hauteur du pôle et de la latitude terrestre, sur le méridien de la sphère armillaire et du globe terrestre. Or la hauteur du pôle est son élévation, ou la quantité dont il est élevé sur l'horizon : elle se mesure par l'arc du méridien compris entre le pôle et l'horizon : par exemple, la hauteur du pôle au milieu de Paris est de 48° 51′, parce que la partie du méridien, comprise entre l'horizon de Paris et le pôle, est un arc de 48° 51′. Nous parlerons de la latitude terrestre dans le Livre II, et nous ferons voir qu'elle est toujours égale à la hauteur du pôle.

20. Les pôles du méridien se nomment l'*orient* et l'*occident* vrais, c'est-à-dire les points dans lesquels le Soleil se lève et se couche dans le temps de l'équinoxe, qui arrive quand le jour est égal à la nuit : or le jour est égal à la nuit, lorsque le Soleil, par son mouvement diurne ou journalier, paraît parcourir le cercle équinoxial ou l'équateur dont nous allons parler. Ces pôles du méridien se trouvent dans le plan de l'horizon. Il y a deux autres points remarquables de l'horizon, qui sont déterminés par le méridien, savoir ceux dans lesquels ces deux cercles se coupent : celui qui est du côté du pôle septentrional s'appelle le *nord* ou le *septentrion* ; on nomme l'autre le *sud* ou le *midi*.

De l'Équateur.

21. L'équateur ou l'équinoxial est un grand cercle qui a les mêmes pôles et le même axe que la sphère, et qui la divise en deux hémisphères, dont l'un est nommé *septentrional* ou *boréal*, parce qu'il contient le pôle de même nom ; et l'autre est appelé *méridional* ou *austral*, parce qu'il renferme le pôle de ce nom. On appelle ce cercle *équateur*, par la raison que quand le Soleil paraît se mouvoir dans le plan de ce cercle, le jour est égal à la nuit : ce qui arrive deux fois l'année ; savoir, vers le 21 mars et le 23 septembre. Les points auxquels l'équateur coupe

l'horizon, s'appellent l'*est* et l'*ouest*, ou l'orient et l'occident vrais : ces points ne sont pas différens des poles du méridien.

22. Il parait, par la définition de l'équateur, qu'il n'y en a qu'un, et qu'il est coupé perpendiculairement par tous les méridiens, puisque tous les méridiens passent par ses pôles.

De l'Écliptique et du Zodiaque, ainsi que du mouvement propre du Soleil.

23. L'écliptique est un grand cercle qui coupe obliquement l'équateur, et fait avec lui un angle de 23 degrés, et environ 28 minutes : cet angle se nomme l'*obliquité de l'écliptique*. On donne de largeur à ce cercle 16 à 18 degrés; et alors la zone qui en résulte forme le *zodiaque*. Or cette largeur est coupée en deux parties égales par l'écliptique, qui représente la trace que le Soleil suit pendant l'année entière. Le Soleil ne s'écarte donc jamais du plan de l'écliptique; mais les autres planètes s'en éloignent tantôt vers un pôle, tantôt vers l'autre, les unes plus, les autres moins; et c'est pour cela que les astronomes de l'antiquité ont formé le zodiaque, auquel ils ont donné une largeur assez considérable pour qu'il contînt les orbites ou les circonférences que décrivent les planètes qui leur étaient connues.

24. Le plan de l'écliptique faisant un angle de 23° 28′ avec l'équateur, il est nécessaire que les axes de ces deux cercles fassent aussi entr'eux un angle égal, et par conséquent les pôles de l'écliptique ou du zodiaque sont éloignés de la même quantité des pôles de l'équateur ou du monde; je veux dire de 23° 28′.

L'écliptique est la base commune de deux hémisphères, dont l'un est l'hémisphère boréal, l'autre l'hémisphère austral (21).

25. [L'angle que fait l'écliptique avec l'équateur n'est pas invariable : il va en diminuant environ de 50 secondes par siècle; mais il est prouvé qu'il ne sera jamais nul. Cette diminution de 50″ se nomme *variation séculaire*.

L'obliquité de l'écliptique varie encore par une cause que nous ne pouvons expliquer ici, et qui fait qu'en dix-huit ans et demi environ elle a augmenté de 9″, puis diminué de la même quantité. Ce phénomène périodique se nomme *nutation*.

parce qu'il est produit par le balancement de l'axe de la Terre.]

26. On a coutume de partager le zodiaque en douze parties égales, qu'on appelle *signes*. D'où il suit que chaque signe contient 30°, parce que 30 est la douzième partie du nombre de degrés que contient l'écliptique ou tout autre cercle, c'est-à-dire la douzième partie de 360°. Voici les noms de ces douze signes : le *Bélier*, le *Taureau*, les *Gémeaux*, le *Cancer*, le *Lion*, la *Vierge*, la *Balance*, le *Scorpion*, le *Sagittaire*, le *Capricorne*, le *Verseau*, les *Poissons*. Tous ces noms, qui, pour la plupart, sont tirés des animaux, et qui désignent aussi des constellations, sont exprimés par ces deux vers latins :

Sunt Aries, Taurus, Gemini, Cancer, Leo, Virgo,
Libra, Scorpius, Arcitenens, Caper, Amphora, Pisces.

Le Bélier prend son commencement à une intersection de l'équateur et de l'écliptique, et le commencement de la Balance est à l'autre intersection de ces deux cercles : les autres signes, savoir, le Taureau, les Gémeaux, etc., sont disposés de façon que leur suite tend d'occident en orient. Or ces signes sont désignés par des marques ou caractères qui les distinguent les uns des autres : les voici placés chacun au-dessus des noms qu'on a donnés aux signes, avec le jour du mois où le Soleil entre dans chaque signe, dans les années moyennes entre deux bissextiles :

♈ 21 mars,	♉ 20 avril,	♊ 21 mai,
le Bélier.	*le Taureau.*	*les Gémeaux.*
♋ 22 juin,	♌ 23 juillet,	♍ 23 août,
le Cancer.	*le Lion.*	*la Vierge.*
♎ 23 septembre,	♏ 24 octobre,	♐ 23 novembre,
la Balance.	*le Scorpion.*	*le Sagittaire.*
♑ 22 décembre,	♒ 20 janvier,	♓ 19 février,
le Capricorne.	*le Verseau.*	*les Poissons.*

27. Le Soleil paraît parcourir les trois premiers signes pendant le printems, les trois suivans pendant l'été, trois autres pendant l'automne, et les trois derniers pendant l'hiver : c'est pourquoi l'on divise les signes du zodiaque en ceux du prin-

tems; savoir, le Bélier, le Taureau, et les Gémeaux; ceux de l'été, qui sont le Cancer, le Lion, et la Vierge; ceux de l'automne, la Balance, le Scorpion, et le Sagittaire; et enfin ceux de l'hiver, le Capricorne, le Verseau, et les Poissons.

28. De plus, les signes du zodiaque sont divisés par l'équateur en *septentrionaux* et en *méridionaux* : les septentrionaux, c'est-à-dire ceux qui sont dans la partie septentrionale du monde, sont les six premiers; savoir, le Bélier, le Taureau, les Gémeaux, le Cancer, le Lion, et la Vierge. Les six autres sont appelés méridionaux, parce qu'ils sont dans la partie méridionale. Le Soleil est plus long-tems à parcourir les signes septentrionaux que les méridionaux : c'est pourquoi le printems et l'été pris ensemble, sont plus grands que l'automne et l'hiver; la différence est d'environ sept jours.

En effet la durée du printems est de	92 j.	21 h.	$\frac{7}{10}$.
Celle de l'été, de.	93	13	$\frac{6}{10}$.
Celle de l'automne, de. . .	89	16	$\frac{5}{10}$.
Celle de l'hiver, de.	89	2	0.

29. Enfin il y a six signes que l'on appelle *ascendans*, et six autres qu'on nomme *descendans*. Les signes ascendans sont ceux que le Soleil parcourt lorsqu'il monte, c'est-à-dire quand il s'approche tous les jours de plus en plus du zénith à midi : ce sont le Capricorne, le Verseau, les Poissons, le Bélier, le Taureau, et les Gémeaux : les six autres signes sont nommés descendans, parce que le Soleil, à midi, est plus éloigné du zénith à un jour qu'à celui qui a précédé.

30. Ces trois divisions des signes sont déterminées par quatre points du zodiaque ou de l'écliptique, dont deux sont appelés *équinoxiaux*, et les deux autres *solsticiaux*; les deux premiers, qui séparent les signes septentrionaux des méridionaux, sont les points d'intersection de l'écliptique et de l'équateur : on les appelle équinoxiaux, parce que le jour est égal à la nuit quand le Soleil répond à l'un ou à l'autre point. Les deux derniers qui séparent les signes ascendans d'avec les descendans, sont ceux qui sont les plus éloignés de l'équateur, l'un vers un des pôles,

l'autre vers l'autre pôle. On les appelle solsticiaux, parce que quand le Soleil est arrivé à l'un ou à l'autre point, il paraît s'arrêter, c'est-à-dire qu'il ne s'éloigne ni ne s'approche sensiblement de l'équateur pendant plusieurs jours. Enfin ces quatre points séparent les signes d'une saison de ceux d'une autre.

REMARQUE. Lorsqu'une planète, par son mouvement propre, passe des premiers signes du zodiaque aux suivans; par exemple, du Bélier au Taureau, et du Taureau dans les Gémeaux, on dit alors qu'elle va selon l'ordre des signes, ou qu'elle est *directe;* ce qui arrive quand elle se meut d'occident en orient: mais si elle paraît aller selon une direction opposée, on dit qu'elle se meut contre l'ordre des signes, ou qu'elle est *rétrograde.* Enfin si, pendant un certain tems, son mouvement propre paraît nul, on dit qu'elle est *stationnaire.* Ce dernier phénomène a lieu, quand le mouvement de la planète de direct qu'il était devient rétrograde, *et vice versâ.*

31. [Pour avoir une idée plus précise de l'irrégularité du mouvement du Soleil, il est nécessaire de savoir que l'écliptique n'est pas rigoureusement un grand cercle de la sphère céleste, mais une ellipse peu *excentrique*, ou peu allongée, au foyer de laquelle se trouve la Terre, et que le Soleil se meut d'autant plus vite qu'il est plus près de nous.

Soit A ♈ P ♎ l'écliptique (fig. *A*), AP le grand axe de cette ellipse, C le centre, T la Terre placée au foyer; et supposons que ♈ soit le point o du Bélier ou celui où se trouve le Soleil à l'équinoxe du printems; alors ♎ sera le point o de la Balance, ou l'équinoxe d'automne, et les deux autres points ♋, ♑ qui se trouvent sur une droite perpendiculaire à la ligne des équinoxes seront les solstices d'été et d'hiver. Telle est maintenant en effet la position respective des droites AP et ♈ ♎, droites qui font entr'elles un angle ♈ TP d'environ 80° 14′ 30″.

L'extrémité P du grand axe de l'ellipse solaire se nomme le *périgée*, et l'autre extrémité A l'*apogée;* parce que quand le Soleil est en P il est plus près de la terre que quand il se trouve en A. L'axe AP se nomme la ligne des *apsides.* Cette ligne partage évidemment l'écliptique en deux parties égales et symétri-

ques : aussi le Soleil met-il le même tems pour parcourir ces deux parties de sa course annuelle, dans la supposition toutefois de l'immobilité de la ligne des apsides ; mais avec cette différence que son mouvement se retarde de plus en plus en allant du périgée P au point A de l'apogée, et qu'il s'accélère d'après la même loi en partant de ce dernier point pour retourner au périgée. On voit donc pourquoi les quatre arcs ♈♋, ♋♎, ♎♑, ♑♈, décrits successivement par le Soleil, ne peuvent l'être en tems égaux ; et pourquoi aussi le Soleil est plus près de nous en hiver qu'en été.

La droite qui joint la Terre au Soleil se nomme *rayon vecteur :* ce rayon varie constamment de grandeur ; c'est ce que l'on a reconnu par la mesure précise du diamètre apparent du Soleil, prise en différens tems de l'année. En effet il est évident que nous devons voir ce diamètre sous un angle d'autant plus grand ou plus petit, que le Soleil est plus près ou plus éloigné de nous. Au solstice d'hiver ce diamètre paraît sous l'angle de 32′ 34″ ; et au tems du solstice d'été, sous l'angle de 31′ 32″.

Le rayon vecteur TE qui aboutit à l'extrémité du petit axe ED de l'écliptique se nomme là *distance moyenne* de la Terre au Soleil, laquelle est égale au demi-grand axe AC, en vertu de la propriété connue de l'ellipse. Cette distance est de 35 millions de lieues environ : quant à l'excentricité CT, elle est seulement de 580122 lieues.

Si nous supposons avec tous les astronomes, que le Soleil ne paraît parcourir les signes du zodiaque d'occident en orient, que parce que nous sommes réellement entraînés dans l'espace et dans le même sens, et que nous lui attribuons notre mouvement ; l'écliptique sera, dans ce cas, l'*orbite* de la Terre, ou la courbe qu'elle décrit en tournant autour du Soleil dont le centre T est à l'un des foyers. Au reste on conçoit que cette hypothèse bien plus vraisemblable que la précédente, ne change rien aux apparences célestes ; mais pour expliquer alors le mouvement diurne, il faut admettre en outre que la Terre, en parcourant l'espace, tourne en même tems régulièrement sur elle-même ou autour de l'axe du monde, et d'occident en orient.

Il suit de là que quand nous voyons, par exemple, le Soleil à l'équinoxe du printems, la Terre est précisément au point opposé, qui est l'équinoxe d'automne; de même, lorsque le Soleil paraît à l'extrémité P du grand axe AP, la Terre est à son *périhélie*, c'est-à-dire au point P ou à sa plus grande proximité du Soleil; elle est au contraire à son *aphélie*, ou à sa plus grande distance de cet astre, quand elle se trouve en A.]

Du Mouvement progressif des Etoiles.

32. On distingue deux sortes de zodiaques, l'un qui est sensible ou visible, l'autre invisible. Le zodiaque visible est celui des étoiles fixes; le second, qui est invisible, n'existe pas dans la nature, mais on l'imagine, et on lui attribue la même largeur. Ce qui a donné lieu d'admettre ce second zodiaque est le mouvement commun des étoiles, d'occident en orient, selon des cercles parallèles à l'écliptique, ou bien autour de l'axe et des pôles de ce cercle : car il arrive de là que les étoiles qui répondaient autrefois à l'une ou à l'autre des intersections de l'équateur et de l'écliptique, en sont présentement éloignées vers l'orient d'une certaine quantité : c'est pourquoi le commencement du signe du Bélier, pris dans le zodiaque sensible, ne répond plus à la première intersection de l'équateur et de l'écliptique; c'est à présent le commencement des Poissons : cependant on dit toujours que le commencement du Bélier ou d'*Aries*, est à la première intersection de ces cercles, et que celui de *Libra*, c'est-à-dire de la Balance, est à la seconde; mais il faut pour lors entendre les signes du zodiaque invisible et immobile. Ce n'est pas sans raison que les astronomes ont imaginé ce second zodiaque; car sans cela ils auraient été obligés de dire, dans une année, que le Soleil répond à un certain degré, et que, dans une autre année, il répond à un autre degré, quoique dans la même saison, par exemple au commencement du printemps, et à la même distance des points équinoxiaux ou solsticiaux (*).

[(*) En d'autres termes, il ne faut pas confondre les douze signes du zodiaque avec ses douze constellations, comme on le pouvait à l'époque inconnue de l'invention de ce zodiaque; puisque les signes dont il s'agit,

Au reste ce mouvement des étoiles fixes est si lent, qu'elles ne font qu'un degré en soixante-douze ans environ, et qu'elles n'acheveraient leur révolution qu'en 25868 ans. Aussi les anciens astronomes avant Hipparque, qui vivait environ 150 ans avant l'ère vulgaire, ne connaissaient pas ce mouvement.

33. Le mouvement des étoiles fixes vers l'orient est la cause de ce que l'on appelle la *précession des équinoxes*, qui vient de ce que le tems qui est entre deux équinoxes semblables, par exemple, du printems, est moindre que celui qu'emploie le Soleil à parcourir l'écliptique entière par son mouvement propre, et à revenir à la même étoile. Supposons que le Soleil réponde à une étoile qui soit à la première intersection de l'écliptique et de l'équateur, ce sera le moment de l'équinoxe du printems : après cela, le Soleil, par son mouvement apparent vers l'orient, parcourra l'écliptique ; mais comme les étoiles fixes ont aussi un mouvement propre vers l'orient, l'étoile qui était au point de la première intersection des deux cercles sera, vers la fin de la révolution du Soleil, un peu plus avancée vers l'orient que ce point. Ainsi le Soleil arrivera plus tôt à ce point d'intersection qu'à l'étoile qui y répondait auparavant. Par conséquent l'équinoxe précédera la fin de la révolution du Soleil par rapport à l'étoile. Il y aura donc précession de l'équinoxe. Ainsi la précession ou l'anticipation des équinoxes consiste en ce que le Soleil étant parti d'un point équinoxial, par exemple de celui du printems, arrive à ce même point avant d'avoir fait dans le zodiaque ou dans l'écliptique son tour entier par rapport aux étoiles. Le tems que le Soleil emploie pour revenir au même point équinoxial d'où il était parti, s'appelle l'*année tropique;* c'est celle sur laquelle on règle les années civiles : sa durée est de 365 jours 5 heures

---

ne sont, à proprement parler, que des points équidistans de l'écliptique qui se déplacent dans le ciel, relativement aux étoiles, mais fort lentement à la vérité, au lieu que les constellations zodiacales n'ont aucun mouvement par rapport aux autres constellations.

Selon les calculs les plus exacts des Astronomes, les signes coïncidaient avec les constellations du zodiaque, en l'an 417 avant l'ère chrétienne.]

48 minutes et 51 secondes. Et le tems que le Soleil emploie à faire sa révolution entière dans le zodiaque, est appelée *année sydérale;* celle-ci est plus grande que la première, de 20 minutes et 20 secondes.

[Outre ce mouvement très-lent des étoiles fixes vers l'orient, chacune d'elles paraît aux astronomes décrire de très-petites ellipses dans le ciel, et cela dans l'intervalle d'une année: c'est ce mouvement purement apparent que l'on nomme *aberration*, parce qu'il résulte d'une illusion d'optique qui nous fait paraître les étoiles dans un lieu autre que celui qu'elles occupent en effet, et qui très-probablement a pour cause le mouvement de la lumière de l'astre, combiné avec celui de la Terre autour du Soleil.

En effet, quoiqu'il soit impossible d'estimer la vitesse prodigieuse de la lumière qui émane des corps terrestres, quelque éloignés qu'ils soient de nous, il ne faut pas en conclure que cette vitesse est réellement infinie ou incommensurable relativement aux astres; car les molécules lumineuses qui partent du Soleil, n'arrivent à nous, selon les astronomes, qu'après 8′ 13″ de tems; d'où il suit que quand nous croyons voir cet astre en un point de l'écliptique, il est au contraire plus avancé vers l'orient, d'une distance angulaire de 20″. Il est probable que la lumière des étoiles met plus de trois ans pour arriver à la terre; or, comme sa vitesse est d'environ 71 mille lieues par seconde, on doit juger que nous sommes à une distance énorme des étoiles même les plus brillantes. Cela surpasse l'imagination, mais le fait n'est pas moins réel.

Il est plus naturel et plus simple de penser aussi que le mouvement de précession, attribué d'abord à toutes les étoiles, est plutôt dû à celui de la ligne des équinoxes, qui aurait lieu contre l'ordre des signes, c'est-à-dire d'orient en occident, ainsi que nous l'avons déjà dit (note de l'art. précédent.) Or cette ligne, en parcourant l'écliptique d'un mouvement de 50″,1 par an, fait nécessairement décrire à celle des pôles de l'équateur la surface courbe d'un cône droit, puisque ces deux lignes doivent toujours être perpendiculaires entr'elles. Les pôles dont

il s'agit décrivent donc, chacun en 25868 ans, des cercles parallèles à l'écliptique.

Les astronomes ont découvert aussi dans la ligne des apsides un mouvement direct de 12″ par an, autour du foyer T et dans le plan de l'écliptique; ainsi l'angle ♈TP diminue dans le même temps de 62″. Il arrivera par conséquent une époque à laquelle cette ligne coïncidera avec celle des équinoxes, ou lui sera perpendiculaire, et pour lors les durées des saisons seront un peu différentes de celles qui ont lieu maintenant (art. 28).

Il résulte, de ce mouvement de la ligne des apsides, que le Soleil ou plutôt la Terre, met un peu plus de temps pour revenir au même point de son orbite, que pour arriver au même point du ciel; ou, en d'autres termes, l'*année anomalistique* est plus longue que l'année sidérale, mais de 5 minutes seulement. L'*anomalie* est la distance angulaire du Soleil au périgée.]

Des Colures.

34. Les deux colures sont de grands cercles qui se coupent perpendiculairement aux pôles de la sphère ou du monde, et dont l'un passe par les points équinoxiaux, l'autre par les points solsticiaux : ils divisent le zodiaque et l'équateur, chacun en quatre parties égales. Celui des deux colures, qui passe par les points équinoxiaux, lesquels sont au commencement du Bélier et de la Balance, s'appelle le *colure des équinoxes*; et l'autre, qui coupe le zodiaque aux points solsticiaux, lesquels sont au commencement du *Cancer* et du Capricorne, est nommé le *colure des solstices*; celui-ci est perpendiculaire à l'écliptique, et passe par conséquent par ses pôles. Ces deux cercles sont de véritables méridiens, puisqu'ils passent par les pôles du monde.

Des Tropiques.

35. Les tropiques sont deux petits cercles parallèles à l'équateur, qui touchent l'écliptique dans les deux points qui sont les plus éloignés de l'équateur, l'un dans la partie septentrionale, l'autre dans la partie méridionale. Or l'écliptique fait avec

l'équateur un angle de 23° 28′ : ainsi les deux tropiques sont distans de l'équateur de la même quantité. Celui qui est dans la partie septentrionale s'appelle le *tropique du Cancer* ou de l'*Ecrevisse*, parce qu'il touche le zodiaque à l'origine de ce signe; et le tropique qui se trouve dans la partie méridionale, est le *tropique du Capricorne*, parce qu'il touche l'écliptique au commencement de ce signe.

36. Quand le Soleil est arrivé à sa plus grande distance de l'équateur, et qu'il a décrit l'un ou l'autre des deux tropiques, il retourne vers l'équateur; et c'est de là que ces cercles ont pris leur nom de *tropique*, qui vient du grec. Or le Soleil paraît décrire le tropique du Cancer par son mouvement diurne, vers le 21 juin, qui est le plus long de toute l'année, par rapport aux peuples qui sont dans la partie septentrionale de la Terre; mais il paraît décrire l'autre tropique vers le 21 décembre, qui est le jour le plus court de l'année pour les mêmes peuples.

37. Les points d'horizon où le Soleil se lève et se couche, quand il décrit le tropique le plus voisin du pôle élevé, s'appellent *l'orient et l'occident d'été;* et ceux où il se lève et se couche, lorsqu'il parcourt le tropique le plus éloigné du même pôle, sont nommés *orient et occident d'hiver*.

38. De ce que le Soleil ne passe pas au-delà des tropiques, il suit que, dans la sphère droite, c'est-à-dire celle où l'on a le zénith à l'équateur, le Soleil ne se lève ou ne se couche jamais à un point de l'horizon plus éloigné des points d'est et d'ouest (qui sont ceux auxquels l'équateur coupe l'horizon), que de 23° 28′ (nous négligeons les secondes), parce que l'horizon étant alors perpendiculaire à l'équateur et aux tropiques, on s'en sert pour mesurer la distance de l'équateur à l'un ou à l'autre tropique, laquelle est de 23° 28′: mais il n'en est pas de même dans la sphère oblique, c'est-à-dire celle où le zénith répond entre l'équateur et les pôles du monde, parce que l'horizon y est oblique à l'équateur et aux tropiques; d'où il arrive que l'arc de l'horizon, compris entre l'équateur et un des tropiques, est plus grand que 23° 28′. A Paris, cet arc est d'environ 37°.

39. On peut s'apercevoir aisément du mouvement du Soleil d'un tropique à l'autre, en observant l'endroit où le Soleil se lève chaque jour, ou celui où il se couche. Je suppose qu'on regarde le coucher du Soleil vers le commencement de juin, et qu'on remarque l'endroit où il se couche, en le comparant à un arbre ou à quelqu'autre objet sensible, on verra qu'il s'approche de jour en jour du septentrion jusqu'au 17 ou 18, après quoi il paraît se coucher au même point de l'horizon environ pendant huit jours; de là vient le solstice d'été : ensuite il paraît s'en retourner vers le midi, ce qui continue pendant environ six mois, jusqu'au 22 décembre; et pour lors il paraît encore s'arrêter, c'est-à-dire se coucher au même point de l'horizon, pendant sept ou huit jours; c'est ce qui fait le solstice d'hiver : enfin il revient vers le septentrion, duquel il s'approche pendant six mois, jusqu'au solstice d'été, après lequel il s'en retourne vers le midi, et ainsi de suite : il faut entendre la même chose du lever du Soleil.

40. Quoique le Soleil paraisse se lever ou se coucher au même endroit pendant sept ou huit jours, néanmoins on n'est proprement dit au solstice que quand le Soleil décrit un des tropiques, ce qui arrive le jour qui fait le milieu du tems pendant lequel il paraît s'arrêter; les astronomes mêmes ne prennent pour point du solstice que celui où se trouve le Soleil quand il entre dans le tropique; car, quoiqu'on dise que cet astre décrit tous les jours un cercle parallèle à l'équateur, cela n'est pas exact, puisqu'il faudrait pour cet effet qu'il restât au même point de l'écliptique un jour entier; et cependant il n'y peut être qu'un instant, parce qu'il avance continuellement vers l'orient par son mouvement propre. Ainsi les révolutions journalières du Soleil ne sont pas des cercles ou des circonférences, mais plutôt des contours de spirale, semblables à ceux d'un tire-bourre ou du filet d'une vis.

Des Cercles polaires.

41. Les deux cercles polaires sont de petits cercles parallèles à l'équateur, qui sont éloignés des pôles du monde ou de l'équateur de 23° 28′. On conçoit qu'ils sont décrits par les

pôles de l'écliptique, tandis que la sphère fait une révolution; et c'est pour cela que ces cercles sont éloignés des pôles du monde de 23° 28′ : car l'écliptique faisant, avec l'équateur, un angle de 23° 28′, il faut que les pôles de ce premier cercle soient distans de ceux du second de la même quantité, et par conséquent les cercles polaires étant décrits par les pôles de l'écliptique, sont aussi distans des pôles de l'équateur de 23°28′. L'un est appelé le *cercle polaire arctique*, parce qu'il est auprès du pôle du même nom, et l'autre est nommé *antarctique* par une raison semblable.

De quelques cercles qui ne sont pas représentés dans la Sphère armillaire.

42. Outre les cercles dont nous avons donné les définitions et expliqué l'usage, il y en a d'autres, soit grands, soit petits, dont la connaissance est nécessaire dans l'astronomie. Les grands sont des *verticaux*, des *cercles de déclinaison*, *de latitude*, et des *cercles horaires*.

43. Les cercles verticaux sont ceux qui passent par les points du zénith et du nadir, et qui, par conséquent, sont perpendiculaires à l'horizon. On peut en compter autant qu'il y a de points dans l'horizon; c'est-à-dire, qu'il y en a une infinité par rapport au même horizon, qui se coupent tous au point du zénith et du nadir.

44. Il suit de cette définition, que le méridien d'un lieu est un des cercles verticaux, puisque le méridien passe par le zénith et le nadir. Il y a un autre cercle vertical remarquable, qu'on appelle le premier vertical; c'est celui qui passe par deux points de l'horizon qui sont à l'orient et à l'occident, ou les deux pôles du méridien; il est par conséquent perpendiculaire au méridien.

45. Nous avons déjà averti que les deux points dans lesquels le méridien coupe l'horizon, sont le septentrion et le midi, ou le *nord* et le *sud* : le premier est du côté du pôle septentrional, et le second vers le pôle méridional : pour ce qui est du premier cercle vertical, il coupe l'horizon aux mêmes points que

l'équateur, parce que l'un et l'autre étant perpendiculaires au méridien, ils doivent tous les deux passer par les points de l'horizon qui sont les pôles du méridien (art. 9 prélim.). Or ces deux points, comme nous l'avons dit, s'appellent le *vrai orient et le vrai occident;* ou autrement, l'*est* et l'*ouest:* ces quatre points sont appelés *points cardinaux*.

46. Les cercles verticaux servent à mesurer la hauteur d'un astre qui est élevé sur l'horizon; car la hauteur d'un astre se mesure par l'arc du cercle vertical compris entre l'astre et l'horizon. Au contraire l'arc vertical compris entre le zénith et l'astre, se nomme *distance zénithale* ou *distance au zénith*. La hauteur d'un astre est appelée *méridienne*, quand cet astre se trouve dans le plan du méridien; et pour lors cette hauteur se mesure par l'arc de méridien, compris entre l'astre et l'horizon; par exemple, la hauteur méridienne du Soleil est l'arc de méridien contenu entre le centre du Soleil et l'horizon.

47. Les cercles de déclinaison sont ceux qui passent par les pôles du monde ou de l'équateur, et qui coupent par conséquent ce cercle à angles droits. On les appelle *cercles de déclinaison*, parce qu'ils mesurent la déclinaison d'un astre ou d'un point du ciel. Or la déclinaison d'un astre est sa distance à l'équateur, qui est mesurée par l'arc du cercle de déclinaison compris entre le centre de l'astre et l'équateur. La déclinaison est *australe* ou *boréale*, selon que l'astre auquel elle appartient, se trouve dans l'un ou l'autre hémisphère de même dénomination (21).

Il est évident que les cercles de déclinaison sont autant de méridiens; c'est pourquoi dans une sphère artificielle le méridien tient lieu de tous ces cercles. Si donc on veut, par exemple, connaître la déclinaison de quelque point de l'écliptique, on place ce point sous le méridien, et on juge de sa déclinaison, qui est égale à l'arc de méridien contenu entre ce point et l'équateur.

48. Les cercles de latitude sont de grands cercles qui passent par le pôle de l'écliptique ou du zodiaque, et qui, par conséquent, coupent à angles droits l'écliptique même et tous les

cercles qui lui sont parallèles; ils servent à mesurer la latitude des astres. Or la latitude céleste, c'est-à-dire des astres ou de quelque point du ciel, est la distance de ce point à l'écliptique, laquelle se mesure par l'arc d'un cercle de latitude, compris entre ce point et l'écliptique. On emploie aussi ces cercles pour déterminer les longitudes des astres : car le cercle de latitude qui passe par le centre d'un astre, montre le lieu auquel il répond dans l'écliptique, puisque ce lieu est le point d'intersection de ce cercle de latitude avec l'écliptique. Or ce point est le terme de la longitude de l'astre, qui se prend sur l'écliptique d'occident en orient, et à partir du point équinoxial du printems. Il y a des latitudes australes et des latitudes boréales (art. précéd.).

49. Les cercles horaires sont de grands cercles qui passent par le pôle du monde, et qui, par conséquent, sont perpendiculaires à l'équateur. On voit par là que ces cercles ne sont pas différens des méridiens et des cercles de déclinaison. Le Soleil achevant sa révolution en 24 heures autour de l'équateur, ou d'un parallèle à ce cercle, il s'ensuit que dans une heure il parcourt la 24me partie de 360 degrés. Or la 24me partie de 360 est 15 : c'est pourquoi il y a 15 degrés d'un cercle horaire à un autre qui en est le plus proche; cependant il ne faut que 12 cercles horaires pour désigner les 24 heures du jour, parce que chacun de ces cercles coupant l'équateur en deux points opposés, détermine deux heures, dont l'une est autant éloignée de minuit que l'autre l'est de midi. Il faut compter la suite de ces cercles par rapport à nous, depuis la partie inférieure du méridien, en avançant vers l'orient, ensorte que l'on regarde comme le premier celui qui passe par le 15me degré de l'équateur vers l'orient, et comme le second, celui qui passe par le 30me degré; ainsi de suite.

50. Les principaux des petits cercles qui ne sont pas représentés dans la sphère armillaire, sont les *Almicantarats* (terme arabe) et les cercles de longitude.

51. Les cercles almicantarats sont ceux qui sont parallèles à l'horizon, et qui coupent perpendiculairement les cercles ver-

ficaux. Ces cercles sont d'autant plus petits, qu'ils sont plus éloignés de l'horizon. Leur principal usage est de déterminer la hauteur des astres : car tous ceux qui répondent au plan du même cercle almicantarat ont la même hauteur.

52. On appelle quelquefois *cercles de longitude* les petits cercles parallèles à l'écliptique, et qui sont par conséquent perpendiculaires aux cercles de latitude : on les appelle *cercles de longitude*, parce qu'ils mesurent la longitude des astres ; mais cette dénomination n'est que peu usitée.

53. On détermine la situation des astres par la latitude et la longitude ; mais on la détermine aussi par la *déclinaison* et l'*ascension droite*. Nous allons expliquer cette dernière méthode, et nous ajouterons les notions d'*amplitude* et d'*azimut*, qui sont des termes usités dans l'Astronomie.

54. En général l'ascension droite d'un astre est la distance comptée selon l'ordre des signes, depuis le point de l'équateur qui est au commencement d'*Aries*, jusqu'à un autre point de l'équateur, qui passe au méridien en même tems que l'astre. Il est clair que cette distance n'est autre chose que l'arc de l'équateur compris entre le premier point et le second, en allant d'occident en orient.

55. On distingue deux sortes d'ascensions, la *droite* et l'*oblique*. La droite est celle qui convient à la sphère droite, et l'oblique est pour la sphère oblique. La différence de ces deux ascensions vient de ce qu'un astre, par exemple le Soleil, se lève ou se couche plus tôt ou plus tard dans la sphère oblique que dans la droite, quoiqu'on suppose le même méridien pour les deux sphères. Cette différence entre les deux ascensions s'appelle *différence ascensionnelle*. On parle beaucoup de l'ascension droite dans l'Astronomie ; c'est pourquoi nous en allons donner une définition particulière, en l'appliquant au Soleil.

56. D'après la définition de l'art. 54, l'ascension droite du Soleil est l'arc de l'équateur compris depuis le commencement du Bélier jusqu'au point d'intersection de l'équateur avec le cercle de déclinaison qui passe par le centre du Soleil. On compte les degrés de cet arc en avançant selon l'ordre des

signes depuis le commencement du Bélier. L'extrémité de cet arc est le point de l'équateur qui se lève avec le Soleil dans la sphère droite, ou qui passe au méridien avec lui dans la sphère oblique.

57. Ce que nous venons de dire s'entendra mieux par la fig. 4, dans laquelle le méridien est HPR*p*, l'équateur AETF. Le cercle de déclinaison qui représente l'horizon de la sphère droite est PG*p*, lequel passe par les pôles du monde P, *p*; et le point d'intersection de ce cercle avec l'équateur est en G. Que le Soleil soit S; ce point, étant pris dans l'horizon de la sphère droite, représente le Soleil au moment où il se lève sur cet horizon; et le point G, par la même raison, représente le point de l'équateur, qui se lève en même tems sur le même horizon: donc si le point D désigne le commencement d'*Aries*, l'arc DTFG sera l'ascension droite du Soleil S. Soit présentement l'horizon oblique HR, qui passe par le Soleil S et par le point E de l'équateur; ce point E se levera en même tems sur cet horizon que le Soleil S, parce que ces deux points sont dans l'horizon HR: ainsi l'ascension oblique, qui est ici plus grande que la droite, sera DTFGE; par conséquent la différence ascensionnelle sera GE, qui est l'excès de l'ascension oblique sur la droite, ou l'arc de l'équateur compris entre le cercle de déclinaison du Soleil et le point de l'équateur qui se lève ou se couche en même tems que le Soleil.

58. L'amplitude d'un astre est l'arc de l'horizon compris entre l'équateur et cet astre, quand il est à l'horizon. Il y en a de deux sortes, l'orientale et l'occidentale.

59. L'amplitude orientale ou *ortive* est l'arc de l'horizon compris entre l'équateur et l'astre lorsqu'il se lève. L'amplitude occidentale ou *occasale* est l'arc de l'horizon compris entre l'équateur et l'astre quand il se couche.

60. L'azimut d'un astre est l'arc de l'horizon compris entre le méridien du lieu et le vertical qui passe par l'astre: c'est un terme arabe que les astronomes ont adopté. Dans la fig. 4, si l'on conçoit le vertical ZK qui passe par le point I, lequel représente un astre, l'arc HK sera l'azimut de cet astre.

paraît, par cette définition et par celle de l'amplitude, qu'au moment où un astre se lève ou se couche, l'azimut est le complément de l'amplitude, parce que l'arc de l'horizon compris entre l'équateur et le méridien est un quart de cercle. L'angle HZK, dont l'azimut HK est la mesure, s'appelle *angle azimutal.*

61. Il suit, de ce que nous avons dit, que la déclinaison et l'ascension droite d'un astre sont, par rapport à l'équateur, ce que la latitude et la longitude célestes sont par rapport à l'écliptique : car comme la latitude d'un astre est sa distance à l'écliptique, de même sa déclinaison est sa distance à l'équateur : et comme la longitude se compte sur un arc de l'écliptique depuis le point o d'*Aries*, en avançant selon l'ordre des signes, pareillement l'ascension droite se compte sur l'équateur depuis le même point, en allant vers le même côté.

62. Quoique nous ayons dit que les cercles, dont nous avons parlé depuis le dernier titre, ne soient pas représentés dans la sphère armillaire, quelquefois néanmoins on attache un quart de cercle au point du méridien, qui est un pôle de l'horizon ; savoir, le zénith ; et le quart de cercle tournant autour de ce point, ou plutôt autour du pivot qui tient à ce point, peut représenter les cercles verticaux qui passent tous par le pôle de l'horizon.

63. Souvent on attache aussi deux quarts de cercle par une de leurs extrémités à un pivot placé au pôle de l'écliptique et du zodiaque : un de ces quarts de cercle est plus éloigné du centre de la sphère que l'autre, et par conséquent il est plus grand que le second. On met à l'autre extrémité du grand quart de cercle un morceau rond de carton ou de cuivre pour représenter le Soleil, et à celle du petit quart de cercle un autre morceau de carton pour représenter la Lune. Or comme la première extrémité de l'un et de l'autre de ces quarts de cercle répond au pôle de l'écliptique, il faut que la seconde se termine au plan de ce cercle ; ainsi, en faisant tourner ces quarts de cercle autour de leur pivot, le Soleil et la Lune, attachés à la seconde extrémité, sont mus dans le plan de

l'écliptique ; mais afin que la Lune puisse sortir de ce plan, comme il arrive réellement dans le ciel, on fait le petit quart de deux pièces, à l'aide desquelles on peut l'allonger et le raccourcir de 5°.

64. Il paraît, par ce que nous avons dit sur la sphère, qu'elle renferme douze principaux points que l'on peut compter deux à deux ; savoir, les deux pôles du monde, le zénith et le nadir, les deux points équinoxiaux, les deux solsticiaux, le nord ou le septentrion, et le sud ou le midi ; enfin l'est ou l'orient, et l'ouest ou l'occident. Les quatre premiers sont sur le méridien du lieu, les quatre suivans se trouvent sur l'écliptique, et les quatre derniers sont sur l'horizon.

LIVRE SECOND.

Des Cercles de la Sphère que l'on imagine sur le Globe terrestre, et des différentes apparences que l'on y remarque en divers lieux.

On transporte par la pensée, sur la surface de la Terre, plusieurs des cercles dont nous avons parlé ; savoir, le méridien, l'équateur, les deux tropiques, et les deux cercles polaires. On y conçoit aussi deux pôles qui répondent aux deux pôles du monde, et qui ont les mêmes noms ; mais comme cela suppose que la Terre a la figure d'un globe, ou du moins qu'elle en approche, nous allons en donner quelques preuves.

1. Premièrement la surface de la Terre est courbe d'orient en occident ; car le Soleil se lève plus tôt pour ceux qui sont plus à l'orient que pour ceux qui sont moins avancés vers ce côté, comme on peut le voir par les éclipses de Lune ; car si l'on remarque quelle heure il est au Soleil quand une éclipse de Lune commence, on voit qu'il est plus tard dans les lieux plus orientaux que dans ceux qui le sont moins, quoique cette éclipse arrive effectivement au même moment dans ces différens lieux. Par exemple, si l'on observe une éclipse de Lune tant à Paris qu'à Vienne en Autriche, et que cette éclipse commence quand il est 10 heures du soir à Paris, il sera près de 11^{h} à Vienne quand on observera ce commencement. Il en est de même de la fin et des autres circonstances de l'éclipse : ainsi le Soleil se lève plutôt à Vienne qu'à Paris. Or cela n'arriverait pas si la surface de la Terre n'était pas courbe d'orient en occident ; ou, ce qui est la même chose, si ces deux villes avaient le même horizon. En second lieu, la surface de la Terre est encore courbe du nord au midi, comme il le paraît en ce que, si quelqu'un avance vers le nord, le pôle septentrional s'élève par rapport à lui, et le pôle méridional s'abaisse.

On peut aussi prouver la rondeur de la Terre par ce qui arrive,

lorsqu'en naviguant sur mer le vaisseau approche ou s'éloigne des côtes ; car si on en approche continuellement, on voit les objets les plus élevés, comme le sommet des montagnes, des tours, des clochers, avant d'en apercevoir les parties inférieures, qui se découvrent à mesure que le vaisseau s'avance. Si au contraire on s'éloigne des côtes, on perd d'abord de vue le bas de ces objets, tandis qu'on en voit encore le haut. Or cela arrive, quelle que soit la direction du vaisseau, vers l'orient ou vers l'occident, vers le nord ou vers le sud.

Enfin on conclut la rondeur de la Terre par son ombre, qui, dans les éclipses de Lune, paraît toujours terminée par un arc sur le disque de la Lune, c'est-à-dire sur la face tournée vers nous ; car si la Terre n'était pas ronde en tous sens, il arriverait, au moins quelquefois, que cette ombre ne serait pas terminée par un arc de cercle. Il est vrai que ce n'est pas seulement l'ombre de la Terre qui parvient jusqu'à la Lune et qui l'éclipse, c'est encore celle de l'atmosphère, je veux dire de l'air qui environne la Terre ; mais cela n'empêche pas qu'on ne puisse conclure la rondeur de la Terre de cette apparence, car elle prouvera au moins la rondeur de l'atmosphère. Or cette atmosphère n'est ronde que parce que la Terre a la même figure. La première idée que les hommes ont eue de la rondeur de la Terre, paraît remonter au tems de Pythagore.

Cela posé, nous allons donner les notions des cercles ou plutôt des circonférences que l'on imagine sur la surface de la Terre.

2. L'équateur terrestre est un cercle que l'on conçoit décrit sur la surface de la Terre, lequel répond à l'équateur du ciel : ainsi il divise la Terre en deux parties égales, dont l'une est appelée *septentrionale* et l'autre *méridionale*. Les pilotes et les géographes appellent ce cercle, ou, pour mieux dire, cette circonférence, la *ligne ;* parce que c'est la principale ligne qui soit marquée dans les cartes géographiques. On l'appelle aussi *ligne équinoxiale*, ou simplement l'*équinoxial*.

3. L'axe de ce cercle est le même que celui de la Terre, qui n'est autre chose que la partie de l'axe du monde comprise dans

la Terre. Les deux extrémités de cet axe de la Terre sont ses deux pôles, lesquels répondent nécessairement aux pôles du monde. Un de ces pôles de la Terre est appelé *septentrional* ou *boréal*, l'autre est nommé *méridional* ou *austral*.

4. Les méridiens terrestres sont des cercles que l'on imagine sur la surface de la Terre, situés de manière qu'ils répondent aux méridiens célestes. Il suit de là que ces cercles passent par les pôles de la Terre, et qu'ils coupent par conséquent l'équateur à angles droits. Dans presque toutes les cartes géographiques, ces méridiens sont des lignes tirées du haut en bas, et qui ordinairement s'approchent l'une de l'autre par une de leurs extrémités, ou même par toutes les deux, lorsque les cartes représentent une partie de l'hémisphère septentrional et une partie de l'hémisphère méridional (*).

5. Les tropiques terrestres sont deux petits cercles que l'on conçoit situés sur la surface de la Terre, de la même manière que les deux cercles célestes du même nom le sont dans le ciel; et pareillement les deux cercles polaires terrestres répondent à ceux du ciel qui ont même nom. Ces quatre petits cercles partagent la surface de la Terre en cinq parties, qu'on appelle *zones*, dont celle du milieu est nommée *torride*; les deux qui la terminent de part et d'autre sont les *tempérées*, et les deux autres les zones *froides* ou *glaciales*.

6. La zone torride est une partie de la surface de la Terre comprise entre les tropiques : elle est coupée en deux également par l'équateur terrestre. Ainsi une moitié de cette zone, située dans l'hémisphère septentrional, est terminée par l'équateur et par le tropique du *Cancer* ou de l'Ecrevisse; l'autre moitié dans l'hémisphère méridional, est bornée par l'équateur et par le tropique du Capricorne.

7. Les zones tempérées sont celles dont chacune est contenue entre un tropique et un cercle polaire, qui sont l'un et l'autre

(*) *Voyez* pour les principes de la construction des cartes, l'excellente *Introduction à la Géographie mathématique et physique*, par M. Lacroix, et le *Traité de Topographie, d'Arpentage et de Nivellement*, par M. Puissant.

vers le même pôle de la Terre. Une de ces deux zones se nomme *septentrionale*, et l'autre *méridionale*. La première est terminée par le tropique du *Cancer* et le cercle polaire arctique; l'autre est contenue entre le tropique du Capricorne et le cercle polaire antarctique.

8. Les deux zones froides sont celles dont chacune est comprise entre un cercle polaire et le pôle du même nom. L'une est appelée *septentrionale*, l'autre *méridionale*. Ces deux dernières zones ont chacune la figure d'une calotte, au milieu de laquelle est situé un des pôles de la Terre; les trois autres sont des espèces de ceintures, ou des bandes terminées par des côtés parallèles.

9. La largeur de la zone torride est d'environ 46° 56′, parce que chaque tropique est éloigné de l'équateur de 23° 28′: celle de chaque zone tempérée est de 43°.4′, et enfin celle de chaque zone froide, de 23° 28′, en comptant depuis un cercle polaire jusqu'au pôle voisin qui y est renfermé. Or nous verrons dans la suite que chacun de ces degrés contient 25 lieues, dont chacune est de 2280 toises. D'où il suit que la zone torride a environ 1174 lieues de largeur; que chaque zone tempérée en a 1076, et que chaque zone froide en a 587.

10. Outre les zones qui contiennent des espaces fort vastes, les géographes divisent encore la surface de la Terre par plusieurs cercles parallèles à l'équateur, qu'ils imaginent couper la Terre. Les parties de cette surface qui sont comprises entre ces parallèles sont appelées *climats*. Or les climats ont différentes largeurs chez les différens géographes; mais il est assez ordinaire de donner à chaque climat, situé entre l'équateur et le cercle polaire, la largeur qui est nécessaire pour que le plus long jour du parallèle qui termine un climat du côté du pôle, surpasse d'une demi-heure le plus long jour du parallèle qui termine le climat précédent; de sorte que les climats se comptent de l'équateur vers le pôle: le premier est celui à la fin duquel le plus long jour est de 12 heures et demie: le second est celui à la fin duquel le plus long jour est de 13^h, et ainsi de suite. D'où il paraît que Paris est à la fin du huitième climat, parce

que le plus long jour y est de 12^h plus 8 demi-heures, c'est-à-dire de 16^h (on prend seulement le tems pendant lequel le Soleil paraît sur l'horizon, et non pas la durée du *crépuscule*, qui est le tems pendant lequel les rayons du Soleil, réfléchis par l'atmosphère, répandent un peu de clarté, quoique cet astre soit sous l'horizon). Le plus long jour de l'année arrive dans le même tems par rapport à tous les climats qui sont dans la même partie, soit septentrionale, soit méridionale; savoir, quand le Soleil décrit le tropique qui est au-dessus de cette partie de la Terre.

11. On compte de part et d'autre de l'équateur 24 climats, depuis l'équateur jusqu'aux cercles polaires; parce que sur les cercles polaires le plus long jour est de 12^h plus 24 demi-heures, et par conséquent il surpasse de 24 demi-heures la durée du jour sur l'équateur : mais, depuis les cercles polaires jusqu'aux pôles, on compte ordinairement six climats de mois; le plus long jour à la fin de ces climats surpasse d'un mois entier le plus long jour à la fin du climat précédent. Ainsi le premier de ces climats est celui à la fin duquel le plus long jour est d'un mois : le second celui à la fin duquel le plus long jour est de deux mois, ainsi de suite, jusqu'à ce qu'enfin au pôle, qui est la fin du dernier climat, le jour soit de six mois, et la nuit de six mois pareillement. Il y a donc trente climats dans l'hémisphère septentrional, et autant dans l'hémisphère méridional; savoir, 24, qu'on nomme climats d'heures, ou plutôt de demi-heures, et six de mois. Il y a des géographes qui comptent les premiers climats de quart d'heure en quart d'heure, et les seconds de 15 jours en 15 jours; et alors il y a 60 climats dans chaque hémisphère de la terre.

12. Il faut remarquer que les climats, soit d'heures, soit de mois, n'ont pas la même largeur : car entre les climats d'heures, ceux qui sont plus près de l'équateur ont plus de largeur : au contraire, les climats de mois sont d'autant plus larges qu'ils sont plus près des pôles. Cette différence vient de ce que les climats d'heures dépendent de la grandeur de l'arc qui est sur l'horizon, de l'arc, dis-je, du tropique voisin; au lieu que les

climats de mois dépendent de l'arc de l'écliptique, lequel reste toujours sur l'horizon pendant que la sphère fait sa révolution autour de son axe. Nous expliquerons cette diversité dans le IVe livre, comme aussi la manière de trouver le commencement, la fin, la largeur des climats, soit d'heures, soit de mois.

13. On mesure sur l'équateur et les méridiens la longitude et la latitude des villes et de tous les lieux qui sont sur la surface de la Terre.

14. La latitude d'un lieu, par exemple d'une ville, est la distance de cette ville à l'équateur terrestre; ou, ce qui revient au même, c'est l'arc du méridien terrestre compris entre l'équateur et cette ville. Ainsi la latitude de Paris est l'arc de méridien contenu entre l'équateur et Paris. Cet arc est de 48° 51′ pour le milieu de Paris. Plus exactement, la latitude de l'Observatoire royal de cette ville, est de 48° 50′ 13″.

15. La latitude est ou septentrionale ou méridionale : la première s'étend depuis l'équateur du globe terrestre jusqu'à son pôle boréal; l'autre depuis le même cercle vers le pôle austral. Il suit de là qu'il ne peut y avoir plus de 90 degrés de latitude, parce que l'arc du méridien, placé entre l'équateur et le pôle, n'est qu'un quart de cercle.

16. Ceux qui sont sur la ligne équinoxiale n'ont point de latitude, et le pôle n'est point élevé sur l'horizon par rapport à eux : car ces deux pôles sont dans le plan de leur horizon; mais tous les autres peuples voient un des pôles du ciel élevé sur l'horizon, tandis que l'autre est au-dessous. Ceux qui sont dans la partie septentrionale voient le pôle du même nom sur l'horizon; et ceux qui sont dans la partie méridionale voient le pôle méridional. Or l'élévation du pôle sur l'horizon est toujours égale à la latitude : car supposons qu'un observateur, qui est placé sur l'équateur, avance vers le pôle boréal, on conçoit que l'horizon s'abaisse du côté vers lequel il avance, tandis qu'il s'élève du côté opposé, comme il paraît, en ce que ce voyageur découvre des objets qu'il ne voyait pas auparavant; et cet abaissement de l'horizon au-dessous du pôle, est égal à la quantité dont cet observateur se trouve éloigné de l'équateur. Si, par

exemple, il est éloigné de l'équateur de 5 degrés, son horizon sera abaissé de 5 deg. au-dessous du pôle, ou, ce qui revient au même, ce pôle sera élevé de 5 degrés sur l'horizon, et l'autre pôle sera abaissé de la même quantité au-dessous de la partie opposée de l'horizon ; ce qui fait voir que l'élévation du pôle est égale à la latitude. On peut démontrer cette égalité entre la latitude et l'élévation du pôle de la manière suivante.

Soit le méridien céleste HZRN (fig. 4), l'horizon HR, le zénith Z, l'équateur AETF, les pôles P, *p*; l'élévation du pôle sera PR, et la distance du zénith à l'équateur céleste sera ZA. Or cette distance mesure la latitude du lieu, puisqu'elle répond à celle qui est entre le lieu et l'équateur terrestre. Cela posé, il faut prouver que l'arc ZA est égal à PR. Depuis le pôle P, jusqu'à l'équateur AT, il y a un quart de cercle ; car le pôle d'un cercle est éloigné de 90 deg. de tous les points de sa circonférence. Par la même raison, le zénith Z est éloigné de l'horizon HR d'un quart de cercle : les deux arcs PA et ZR sont donc des grandeurs égales, savoir, des quarts de cercle. Par conséquent, si l'on en retranche la partie commune ZP, les restes ZA et PR seront égaux; c'est-à-dire que la latitude est égale à la hauteur du pôle.

17. Remarque. L'élévation de l'équateur sur l'horizon est le complément de la hauteur du pôle par rapport au même lieu : par exemple, la hauteur du pôle étant à Paris de 48° 51′, l'élévation de l'équateur sera de 41° 9′; car l'arc ZH du méridien compris entre le zénith et l'horizon, est un quart de cercle. Or ce quart de cercle renferme deux parties; savoir, l'arc ZA qui mesure la latitude du lieu, et l'arc AH qui est l'élévation de l'équateur sur l'horizon : ainsi ces deux arcs sont complémens l'un de l'autre. Or la hauteur du pôle est égale à la latitude; par conséquent l'élévation de l'équateur est le complément de la hauteur du pôle.

18. La longitude d'un lieu est la distance de ce lieu au premier méridien; ou, ce qui revient au même, c'est l'arc d'un cercle parallèle à l'équateur, compris entre le premier méridien et le lieu dont il s'agit. Or cet arc est semblable à celui de

l'équateur, qui est entre le premier méridien et le méridien du lieu; ainsi la longitude se mesure par l'un ou l'autre arc. Les degrés de longitude se comptent depuis le premier méridien, en avançant toujours vers l'orient; ensorte que si une ville était à l'occident du premier méridien, et proche de ce cercle, elle aurait près de 360° de longitude, au lieu qu'elle ne peut avoir que 90° de latitude. Nous avons dit qu'on compte les degrés de longitude d'occident en orient; cela vient de ce que si un lieu est plus oriental de 15° qu'un autre, on compte une heure de plus au même instant dans le premier que dans le second; c'est-à-dire que s'il était, par exemple, huit heures dans le second, il serait au même instant neuf heures dans le premier; et si le premier était de 30° plus oriental, on y compterait deux heures de plus, etc. La raison en est, que le Soleil faisant 360° ou son tour entier d'orient en occident en 24^h, il doit parcourir la 24me partie de 360° en une heure. Or la 24me partie de 360 est 15.

19. On peut prendre entre les méridiens celui que l'on veut pour premier; il serait néanmoins à propos, pour éviter la confusion, que tous les géographes se servissent du même premier méridien; car sans cela deux géographes attribueront à la même ville différentes longitudes, parce que les méridiens d'où ils commencent à compter seront à différentes distances de la ville. Ptolémée et les anciens géographes ont pris pour premier méridien celui qui passe par l'île de Fer, qui est la plus occidentale des îles Canaries, à 20° de Paris. Louis XIII ordonna qu'on prendrait en France ce premier méridien : c'est ce que les géographes français ont fait depuis ce temps; ensorte que Paris a 20° de longitude. L'Académie des Sciences de Paris comptait aussi les longitudes en partant de l'Observatoire de Paris, à cause des observations astronomiques qu'on y fait continuellement; et c'est maintenant un usage généralement adopté parmi les Français. Mais les Hollandais prennent pour premier méridien celui qui passe par l'île de Ténériffe, qui est encore une des Canaries, ou plutôt par une haute montagne de cette île, qu'on appelle le *Pic* de Ténériffe, qui est à 19° de longitude,

vu 19° à l'occident. Depuis, les Anglais comptent de l'Observatoire royal de Brunswick, qui est à 17° 41′ suivant nous.

20. REMARQUE. Deux villes peuvent avoir la même latitude; cela arrive quand elles sont sur le même cercle parallèle à l'équateur : de même tous les lieux qui répondent au même méridien ont la même longitude; mais deux lieux ne peuvent avoir en même tems la même latitude, ou septentrionale ou méridionale, et la même longitude; par exemple, 40° de latitude et 30° de longitude, parce qu'il n'y a qu'un seul point de la surface de la Terre qui ait en même tems cette latitude et cette longitude; savoir, le point d'intersection d'un parallèle à l'équateur, qui est à ce degré de latitude, et d'un méridien qui passe par ce degré de longitude. Ainsi la latitude et la longitude d'un lieu, prises ensemble, déterminent sa situation sur le globe terrestre : c'est pourquoi, si on connaît ces deux choses pour une ville, on saura quelle est sa position géographique. Nous dirons dans le IIIe Livre comment on trouve la latitude et la longitude.

21. Les anciens connaissaient une plus grande étendue de pays d'occident en orient, que du midi au septentrion; car ils jugeaient la zone torride et les zones glaciales inhabitables : voilà pourquoi ils ont appelé la première dimension *longitude* ou *longueur;* et l'autre, *latitude* ou *largeur*, parce que la plus grande des deux dimensions d'une surface est appelée *longueur*, et que l'autre se nomme *largeur*.

Dans les cartes géographiques, les degrés de latitude se mettent à droite et à gauche, de haut en bas, et les degrés de longitude se marquent ordinairement en haut et en bas, de gauche à droite : les premiers se prennent sur les méridiens, et les autres sur l'équateur ou les parallèles à l'équateur.

22. Il faut à présent parler des différentes positions de la sphère : on peut les réduire à trois générales; savoir, la *sphère droite*, l'*oblique*, et la *parallèle*. Nous allons en donner les définitions; mais nous dirons préalablement comment on dispose la sphère armillaire et le globe, soit terrestre, soit céleste, pour une ville dont on connaît la latitude : c'est ce que l'on appelle monter une sphère par rapport à cette ville.

23. Je suppose, par exemple, qu'il s'agit de disposer la sphère ou le globe pour Paris, dont la latitude est presque de 49°. J'observe d'abord que les degrés d'élévation du pôle sont marqués sur le méridien en commençant au pôle; et comme Paris a presque 49° de latitude, il a la même élévation de pôle. Ainsi je tourne le méridien jusqu'à ce que le pôle arctique soit élevé d'environ 49° au-dessus de la partie de l'horizon qui est marquée *nord*: pour lors la sphère est montée pour Paris. S'il s'agissait d'une ville dont la latitude fût méridionale, il faudrait élever le pôle austral au-dessus de cette partie qui est marquée *sud*. Cela posé, on entendra aisément comment il faut monter la sphère par rapport à l'horizon, afin qu'elle soit droite, ou oblique, ou parallèle.

24. La sphère droite est celle dans laquelle l'équateur coupe l'horizon à angles droits; et par conséquent tous les parallèles (on sous-entend *à l'équateur*) sont aussi perpendiculaires à l'horizon. Les peuples qui sont sur la ligne équinoxiale, ou dont le zénith répond à l'équateur céleste, ont la sphère droite.

25. La sphère oblique est celle dans laquelle l'équateur coupe obliquement l'horizon: telle est la position de la sphère par rapport à ceux qui sont entre l'équateur et les pôles de la Terre. Ainsi la sphère est oblique par rapport à tous les habitans de la Terre, excepté pour ceux qui sont sur l'équateur ou sur les pôles.

26. La sphère parallèle est celle dans laquelle l'équateur est parallèle à l'horizon: c'est ainsi que la sphère du monde est disposée pour ceux qui seraient sur les pôles de la Terre, ou dont le zénith serait à un des pôles du monde. Les apparences des mouvemens célestes sont entièrement différentes dans ces trois positions de la sphère; mais, pour mieux faire concevoir la raison de ces apparences, nous observerons ce qui suit.

1°. On distingue deux sortes de jours, l'un qu'on appelle *naturel*, l'autre *artificiel*.

27. Le jour naturel est la durée d'une révolution entière du Soleil d'orient en occident, ou le tems qui s'écoule depuis le moment que le Soleil quitte un méridien, jusqu'au moment où

il revient à la même partie de ce méridien. Ce jour se divise en 24 *heures*. Macrobe, Riccioli, Lalande, l'appellent *jour artificiel*.

28. Quoique les cercles parallèles à l'équateur, que le Soleil paraît décrire pendant l'année, soient d'autant plus petits qu'ils sont plus éloignés de l'équateur, cependant le Soleil emploie à très-peu près le même tems à parcourir chacun de ces cercles : c'est pourquoi tous les jours naturels sont égaux, au moins sensiblement.

29. Le jour artificiel est le tems pendant lequel le Soleil demeure sur l'horizon. Le jour, pris en ce sens, est opposé à la nuit; il est tantôt plus long, tantôt plus court : ainsi c'est celui dont on parle, quand on dit que les jours sont plus longs en été qu'en hiver. C'est presque toujours celui-là que nous entendrons dans la suite.

30. 2°. On appelle *arc diurne* la partie d'un cercle parallèle à l'équateur, qui est parcourue par le Soleil pendant l'espace d'un jour artificiel. On voit par là que cette partie du parallèle est sur l'horizon; mais l'arc nocturne est l'autre partie du même cercle qui est cachée sous l'horizon.

31. 3°. Le Soleil parcourant 15° de l'équateur (ou d'un parallèle) par heure, la durée du jour contient autant d'heures qu'il y a de fois 15° dans l'arc diurne; et la nuit est pareillement composée d'autant d'heures qu'il y a de fois 15° dans l'arc nocturne.

32. Il suit de là que si l'arc diurne d'un parallèle contient plus de degrés que l'arc diurne d'un autre parallèle coupé par l'horizon du même lieu, le jour qui répond au premier arc sera plus long que celui qui répond à l'autre; mais si ces arcs sont semblables, les jours qui y répondent sont égaux. Enfin le jour est plus long ou plus court que la nuit, ou bien lui est égal, selon que l'arc diurne est plus long ou plus court que l'arc nocturne, ou que ces deux arcs sont égaux.

Après ces observations, nous allons passer à l'explication des apparences des mouvemens célestes dans les trois positions de la sphère, en supposant que le ciel et tous les astres tournent autour de la Terre, ce qui est plus simple; mais si l'on entend

une fois l'explication de ces apparences dans l'hypothèse du mouvement du ciel, il sera facile d'expliquer les mêmes apparences dans l'hypothèse du mouvement de la Terre.

Des apparences de la Sphère droite.

33. 1°. Ceux qui ont la *sphère droite*, c'est-à-dire qui habitent sur la ligne, ont pendant toute l'année les jours égaux aux nuits, et par conséquent égaux entr'eux. La raison est que l'équateur étant perpendiculaire à l'horizon, dans cette sphère, son axe, qui est aussi celui du monde, se trouve dans le plan de l'horizon. Or cet axe du monde contient les centres de tous les cercles parallèles à l'équateur, que le Soleil parcourt successivement dans l'année; et par conséquent chacun de ces parallèles est coupé en deux parties égales par l'horizon; c'est-à-dire que l'arc diurne de chaque parallèle est égal à l'arc nocturne. Ainsi les jours sont égaux aux nuits, et de plus les jours sont égaux entr'eux.

34. 2°. Le Soleil passe deux fois par an par leur zénith; c'est le 21 de mars et le 23 de septembre, qui sont les jours auxquels le Soleil décrit l'équateur céleste, où se trouve le zénith de ceux qui ont la sphère droite; et, comme un pays est censé avoir l'été lorsque le Soleil est plus proche de son zénith que dans les autres tems de l'année, il s'ensuit que les peuples qui sont sur la ligne ont deux étés. On peut dire qu'ils ont aussi deux hivers, parce que le Soleil s'écarte de part et d'autre de l'équateur jusqu'aux tropiques; mais il ne faut pas conclure de là qu'ils doivent sentir un froid semblable à celui que nous éprouvons pendant notre hiver, puisque le Soleil est encore plus près de leur zénith, quand il décrit les tropiques (c'est alors qu'arrivent leurs hivers), qu'il n'est voisin du nôtre pendant notre été.

35. 3°. Le Soleil est, par rapport à eux, du côté du nord, depuis le 21 mars jusqu'au 23 du mois de septembre; et, depuis ce jour jusqu'au 21 de mars de l'année suivante, il est du côté du sud. Cela vient de ce que, pendant les six premiers mois, le Soleil décrit la moitié de l'écliptique située dans la

partie septentrionale, et que, pendant les six autres mois, il parcourt l'autre moitié de l'écliptique située dans la partie méridionale.

36. 4°. Lorsque le Soleil décrit l'équateur, ce qui arrive environ le 21 de mars et le 23 de septembre, l'ombre des objets perpendiculaires à l'horizon, c'est-à-dire la trace de cette ombre qui paraît sur un plan horizontal, tend directement vers l'occident depuis le matin jusqu'à midi; à midi il n'y a point d'ombre, ou plutôt elle est au-dessous du corps; et enfin, depuis midi jusqu'au soir, l'ombre est dirigée directement vers l'orient. Tout cela vient de ce que l'ombre doit toujours être dans la partie opposée au Soleil. Il arrive, par la même raison, que l'ombre de midi est tous les jours dirigée vers le sud, lorsque le Soleil est dans les six signes septentrionaux; et qu'elle est dirigée droit au nord, lorsqu'il est dans les signes méridionaux.

37. 5°. Les peuples qui ont la sphère droite voient les deux pôles dans le plan même de l'horizon, parce que n'ayant point de latitude, un des pôles ne peut être élevé sur l'horizon, ni l'autre abaissé au-dessous.

38. 6°. Ils voient toutes les étoiles dans l'espace de 24 heures, puisqu'en faisant leurs révolutions, elles sont 12 heures sur l'horizon, et 12 heures au-dessous : nous avons déjà donné la cause de cet effet, en montrant que l'horizon de cette sphère coupe en deux parties égales tous les cercles que le Soleil et tous les astres décrivent chaque jour.

Des apparences de la Sphère oblique.

Afin d'entendre mieux les raisons de ces apparences, nous établirons deux principes après les définitions suivantes.

39. On appelle *sphère boréale*, celle dans laquelle le pôle septentrional est élevé sur l'horizon : ainsi tous ceux qui habitent sur l'hémisphère septentrional de la terre, ont la sphère boréale. La *sphère australe* est celle dans laquelle le pôle méridional est élevé sur l'horizon. Par conséquent ceux-là ont la sphère australe qui habitent l'hémisphère méridional de la Terre.

L'une et l'autre est ou oblique ou parallèle. Mais quand nous dirons simplement la sphère boréale ou australe, nous entendrons toujours l'oblique, parce que la parallèle ne convient qu'à deux points de la Terre; savoir, les deux pôles, qui même ne sont pas habités.

40. Ier PRINCIPE. Dans la sphère oblique, tous les cercles parallèles à l'équateur, que le Soleil décrit pendant l'année, sont coupés en deux parties inégales par l'horizon, excepté l'équateur; car, puisque l'horizon de la sphère oblique ne passe pas par les pôles du monde, mais que l'un est élevé sur l'horizon, et l'autre abaissé au-dessous, il est nécessaire que l'arc supérieur de chaque parallèle qui est entre l'équateur et le pôle élevé, soit plus grand que l'arc inférieur; c'est-à-dire, celui qui est au-dessous de l'horizon. Au contraire, de l'autre côté de l'équateur, l'arc supérieur est moindre que l'arc inférieur. Ainsi, dans la sphère boréale, les arcs supérieurs ou diurnes des parallèles qui sont situés entre l'équateur et le pôle arctique, sont plus grands que les arcs nocturnes : c'est le contraire pour les parallèles qui sont de l'autre côté de l'équateur; mais dans la sphère australe, les arcs diurnes des parallèles situés du côté du pôle méridional, sont plus grands que les arcs nocturnes : c'est le contraire du côté du pôle septentrional. Tout cela vient de ce que l'axe du monde ou de l'équateur passe par le centre de tous les parallèles. Or cet axe est au-dessus de l'horizon, depuis l'équateur jusqu'au pôle élevé; et il est au-dessous, depuis l'équateur jusqu'au pôle abaissé; ainsi les arcs diurnes sont plus grands que les nocturnes du côté du pôle élevé; ils sont plus petits entre l'équateur et le pôle abaissé.

41. IIe PRINCIPE. Dans la sphère boréale, les arcs supérieurs ou diurnes des parallèles, sont d'autant plus grands, c'est-à-dire, qu'ils contiennent d'autant plus de degrés, que les parallèles sont plus voisins du pôle arctique; ainsi, puisque le tropique du Cancer est plus voisin de ce pôle que les autres parallèles que le Soleil parcourt par son mouvement journalier, il s'ensuit que l'arc diurne du tropique du Cancer est plus

grand dans la sphère boréale que l'arc diurne des autres parallèles ; mais le tropique du Capricorne étant plus éloigné du pôle arctique que tous les autres cercles parallèles que le Soleil décrit, il faut que l'arc diurne de ce tropique soit le plus petit de tous dans cette sphère. Le contraire arrive dans la sphère australe ; car, dans celle-ci, le plus grand de tous les arcs diurnes est celui du tropique du Capricorne, et le plus petit de tous est celui du tropique du Cancer. Ce second principe est fondé, de même que le premier, sur ce que l'axe du monde passe par le centre de tous les parallèles.

42. Nous parlons seulement de ce qui arrive aux peuples qui ont la sphère oblique, ensorte néanmoins qu'ils habitent entre l'équateur et un des deux cercles polaires. Car, pour ceux qui sont dans la zone froide, un des tropiques est entièrement au-dessus de l'horizon, et l'autre est entièrement caché au-dessous ; par conséquent ces deux cercles ne sont pas partagés en deux arcs, dont l'un soit diurne et l'autre nocturne. Il faut juger de même de plusieurs cercles parallèles qui sont entre l'équateur et le tropique élevé, dont il y en a d'autant plus qui sont en entier sur l'horizon, que les peuples sont plus près des pôles.

43. La fig. 5 sert à éclaircir ces deux principes et ce que nous dirons dans la suite. Que le cercle HPR*p* représente le colure des solstices, qui passe par les pôles du monde P, *p*, et sur le plan duquel on conçoive la sphère comme aplatie, ensorte que cet aplatissement se fasse perpendiculairement au plan ; pour lors l'équateur et tous les cercles qui lui sont parallèles, paraîtront comme des lignes droites, aussi bien que l'horizon et l'écliptique. Soit donc l'horizon HR, l'écliptique EL, l'équateur AT, le tropique du Cancer EF, et le tropique du Capricorne IL, les parallèles que décrit le Soleil, exprimés par les lignes comprises entre EF et IL ; les points solsticiaux seront E et L, et les deux points équinoxiaux seront représentés par le point C, qui est l'intersection de l'équateur et de l'écliptique.

44. Nous allons expliquer, un peu en détail, ce qui regarde l'écliptique ; le point du solstice d'hiver étant L, et celui du

solstice d'été E, la ligne LCE représentera l'arc qui contient les signes ascendans, et la même ligne ECL, prise en un autre sens, représentera l'autre moitié de l'écliptique qui contient les signes descendans; pareillement les points équinoxiaux étant désignés par C, l'arc qui renferme les signes septentrionaux sera CEC, et celui qui contient les signes méridionaux sera CLC. De plus, la ligne HR représentant l'horizon, les parties des lignes parallèles qui sont au-dessus, telles que sont 1E1, 2B2, 3D3, etc., représentent les arcs diurnes; et les parties qui sont au-dessous de HR sont les arcs nocturnes.

45. Cela posé, il est visible, 1°. selon le premier principe, que tous les parallèles que décrit le Soleil, excepté l'équateur, sont coupés en deux parties inégales; 2°. que, suivant l'autre principe, les arcs diurnes qui sont plus voisins du pôle élevé P, sont plus grands que ceux qui en sont plus éloignés, c'est-à-dire qu'ils contiennent plus de degrés de leurs cercles que les autres. Après tout ce que nous venons de dire, on entendra aisément les différentes apparences que nous allons expliquer.

46. 1°. Le 21 de mars et le 23 de septembre, le jour est égal à la nuit dans toutes les parties de la terre. Cela vient de ce que le Soleil décrit l'équateur pendant ces deux jours. Car l'équateur et l'horizon étant deux grands cercles de la sphère, ils se coupent mutuellement en deux parties égales; ainsi l'arc diurne de l'équateur est égal à l'arc nocturne; et de là suit l'égalité du jour à la nuit par toute la Terre, excepté les deux pôles de la Terre par rapport auxquels le Soleil se lève ou se couche ce jour-là, pour six mois.

47. 2°. Dans la sphère oblique boréale, le plus long jour de l'année est le 22 de juin, et le plus court est le 22 de décembre; c'est le contraire dans la sphère oblique australe. La raison de cette apparence est que, le 22 juin, le Soleil décrit le tropique du Cancer qui est plus près du pôle élevé que tous les autres parallèles que le Soleil décrit pendant le reste de l'année; et par conséquent, selon le second principe, l'arc diurne de ce parallèle est plus grand que celui de tous les autres; ainsi ce jour doit être plus long que les autres. Par

la raison opposée, le 22 de décembre doit être le jour le plus court de toute l'année, parce que le tropique du Capricorne, que le Soleil parcourt alors, est plus éloigné du pôle élevé sur l'horizon, que tout autre parallèle du Soleil. On voit facilement par là pourquoi le contraire arrive dans la sphère oblique australe.

48. 3°. Dans la sphère oblique boréale, les jours croissent depuis le 22 décembre jusqu'au 22 juin de l'année suivante, et ils décroissent ensuite depuis le 21 juin jusqu'au 21 décembre. Depuis le 22 décembre jusqu'au 22 juin suivant, le Soleil s'approche continuellement du pôle élevé, et par conséquent l'arc diurne doit être plus grand de jour en jour, selon le second principe. Ainsi les jours doivent augmenter : mais, depuis le 22 juin jusqu'au 22 décembre, le Soleil s'éloigne de plus en plus de ce pôle élevé ; ainsi les jours doivent devenir plus courts pendant tout ce tems. Il paraît, par ce qu'on vient de dire, que le contraire arrive dans la sphère australe.

49. 4°. Dans la sphère boréale, les jours sont plus longs que les nuits, depuis le 21 de mars jusqu'au 23 de septembre, et depuis ce jour jusqu'au 21 de mars de l'année suivante, les jours sont plus courts que les nuits. C'est que pendant le premier intervalle, le Soleil parcourt la partie septentrionale de l'écliptique. Or, suivant le premier principe, les parallèles qui sont de ce côté de l'équateur, ont tous leur arc diurne plus grand que le nocturne ; mais pendant le second intervalle, le Soleil décrit la partie de l'écliptique qui est de l'autre côté de l'équateur, et pour lors l'arc diurne est moindre que l'arc nocturne. Le contraire arrive dans la sphère australe par les raisons opposées.

50. 5°. Dans la sphère oblique, soit boréale, soit australe, les jours également éloignés d'un même solstice sont égaux. Par exemple, le premier de juin et le 11 de juillet sont égaux, parce qu'ils sont également éloignés du solstice d'été, qui tombe au 22 juin, et que le Soleil décrit le même parallèle dans deux jours qui sont également éloignés d'un même solstice.

51. 6°. Dans la sphère oblique, soit boréale, soit australe, il y a deux nuits qui ont la même durée que les deux jours égaux dont on vient de parler, quels que soient ceux que l'on choisisse. Ces deux nuits arrivent, lorsque le Soleil parcourt le parallèle opposé de l'autre côté de l'équateur; car il est facile de voir que l'arc nocturne du premier de ces parallèles correspondans, est égal à l'arc diurne du second.

52. Il suit de cette apparence, que les nuits de l'automne et de l'hiver sont égales aux jours du printems et de l'été, et que les nuits du printems et de l'été sont égales aux jours de l'automne et de l'hiver; ainsi il y a dans la sphère oblique, soit boréale, soit australe, six mois de jours, et six mois de nuits pendant l'année. Nous n'avons point d'égard, en parlant de toutes ces apparences, à l'effet causé par la réfraction des rayons du Soleil le matin et le soir, et nous comprenons la durée des crépuscules dans celle de la nuit.

53. 7°. Dans la sphère oblique boréale, depuis le solstice d'hiver jusqu'au solstice d'été, le Soleil se lève et se couche à des points de l'horizon qui s'approchent de plus en plus du nord, et les hauteurs méridiennes augmentent chaque jour. Depuis le solstice d'été jusqu'au solstice d'hiver, les points du lever et du coucher du Soleil approchent de plus en plus du sud, et les hauteurs méridiennes diminuent chaque jour. Cela vient de ce que le Soleil parcourt, pendant le premier intervalle, la moitié du zodiaque qui est la partie ascendante, laquelle s'étend depuis le tropique du Capricorne jusqu'au tropique du Cancer; mais pendant le second intervalle le Soleil décrit la partie descendante du zodiaque, qui commence au tropique du Cancer, et qui se termine au tropique du Capricorne. Dans la sphère australe, les points du lever et du coucher du Soleil s'approchent du sud, depuis le solstice d'hiver jusqu'à l'autre solstice, et s'en éloignent ensuite le reste de l'année, jusqu'au solstice d'hiver; il faut entendre les solstices d'hiver et d'été pour cette sphère australe; ils sont le contraire des nôtres.

54. Remarque. Les tropiques n'étant éloignés l'un de

l'autre que de 46° 56′, le Soleil levant ou couchant ne parcourt du sud au nord qu'un arc de cette quantité dans la sphère droite, parce que l'horizon y étant perpendiculaire aux deux tropiques, l'arc de cercle en doit mesurer la distance. Mais il n'en est pas ainsi dans la sphere oblique dans laquelle les points du lever des deux solstices sont d'autant plus éloignés, que l'obliquité de la sphère est plus grande. L'arc de l'horizon compris entre ces deux points est environ de 74° pour la latitude de Paris.

55. 8°. Dans la sphère oblique, ceux qui ont leur zénith hors des tropiques, ou qui habitent hors de la zone torride, n'ont jamais le Soleil vertical, mais ils l'ont toujours situé du même côté à midi : ceux qui sont dans la partie septentrionale, ont le Soleil situé à midi vers le sud; d'où il arrive que leur ombre méridienne est dirigée vers le nord, c'est ce qu'éprouvent tous les peuples de l'Europe, et presque tous ceux de l'Asie; pour ce qui est de ceux qui sont dans la partie méridionale de la terre, ils ont toujours le Soleil vers le nord à midi, et par conséquent leur ombre méridienne tend vers le sud. Cela vient de ce que le Soleil ne passe jamais au-delà des deux tropiques. Il est clair que tous ces peuples qui habitent hors de la zone torride, n'ont qu'un été et un hiver.

56. 9°. Ceux qui, ayant la sphère oblique, habitent néanmoins entre les deux tropiques, éprouvent une partie de ce qui arrive à ceux qui ont la sphère droite. 1°. Le Soleil est, deux fois l'année, vertical à midi par rapport à eux, parce qu'il décrit deux fois par an le parallèle qui passe par leur zénith, aussi bien que chacun des autres parallèles. 2°. Ils ont deux étés et deux hivers; leurs étés arrivent quand le Soleil est proche de leur zénith à midi; et leurs hivers, quand il en est le plus éloigné, soit vers le nord, soit vers le sud. Il faut pourtant remarquer qu'entre les peuples qui habitent la zone torride, ceux qui sont près d'un des tropiques, n'ont, à proprement parler, qu'un hiver; savoir, quand le Soleil est vers le tropique le plus éloigné. 3°. Le Soleil à midi est tantôt vers le nord, tantôt vers le sud; et par conséquent les ombres méridiennes vont quelquefois vers un pôle, et quelquefois vers

l'autre. Pour ce qui est des deux jours auxquels le Soleil est vertical à midi, l'ombre disparaît dans ce moment.

57. 10°. Plus la hauteur du pôle ou la latitude est grande dans la sphère boréale, plus les jours sont longs depuis le 21 de mars jusqu'au 23 de septembre; plus, au contraire, ils sont courts depuis le 23 de septembre jusqu'au 21 de mars : ensorte, néanmoins, que les plus longs jours sont ceux qui sont les plus proches du solstice d'été, et les plus courts sont ceux qui approchent le plus du solstice d'hiver. La raison de cette apparence est que les arcs diurnes des parallèles qui sont entre l'équateur et le pôle élevé sont d'autant plus grands, que le pôle est plus élevé; et, quand la hauteur du pôle est telle que le tropique du Cancer est tout entier sur l'horizon, de sorte néanmoins qu'il le touche encore d'un côté, et que le tropique du Capricorne est tout entier au-dessous, alors le Soleil demeure sur l'horizon pendant tout le tems qu'il décrit le tropique élevé, savoir pendant la durée des 24 heures, et il reste autant de tems caché lorsqu'il décrit le tropique du Capricorne. On voit bien ce qui doit arriver dans la sphère australe en pareilles circonstances.

58. Afin que le tropique le moins éloigné du pôle élevé soit tout entier sur l'horizon, de façon cependant qu'il le touche encore, il faut que la hauteur du pôle, ou la latitude, soit de 66° 32′, telle qu'elle est au cercle polaire. En effet, si l'on prend au-dessous du pôle élevé un arc du méridien de 66° 32′, en comptant depuis ce pôle, le point qui terminera cet arc répondra à la partie inférieure du tropique; car le tropique est distant du pôle de cette quantité : ainsi, puisque l'horizon passe par ce point qui est le terme de la distance du pôle élevé à l'horizon, il est nécessaire que le tropique soit tout entier sur l'horizon. Cela s'entendra facilement par la fig. 6, dans laquelle le cercle HPR*p* représente le méridien, P et *p* les deux pôles, HR l'horizon, EF le tropique du Cancer, LI le tropique du Capricorne. Si l'on suppose que l'élévation PH est de 66° 32′, il est évident que le tropique EF, qui est éloigné du pôle de la même quantité, sera tout entier sur l'horizon, et que l'autre

tropique IL sera tout entier au-dessous, parce que l'arc *p*R, égal à PH, est le même que *p*I, qui est la distance du pôle inférieur à ce tropique.

59. 11°. Il paraît, par ce qu'on vient de dire, que quand l'élévation du pôle surpasse 66° 32′, il y a plusieurs cercles parallèles du Soleil qui sont en entier sur l'horizon, et qu'il y en a aussi plusieurs entièrement au-dessous. Or il suit de là que le jour le plus long, c'est-à-dire le tems pendant lequel on voit le Soleil sans interruption, contient 24 heures, deux fois autant qu'il y a de parallèles entiers sur l'horizon, et encore une fois de plus sans compter le tropique. Si, par exemple, il y a six parallèles sur l'horizon, outre le tropique, le plus long jour contiendra 13 fois 24 heures. La raison est que le Soleil parcourt deux fois chaque parallèle, une fois en allant vers le tropique, et l'autre fois en s'en retournant; mais pour le tropique il ne le décrit qu'une fois. Il faut dire la même chose de la plus longue nuit, qui est toujours égale au plus long jour.

60. 12°. Ceux qui ont la sphère oblique ont certaines étoiles qui sont toujours sur l'horizon, savoir celles dont la distance au pôle élevé est moindre que la hauteur de ce pôle. Il y a d'autres étoiles qui ne paraissent jamais sur leur horizon : ce sont celles qui sont moins éloignées du pôle abaissé, que ce pôle ne l'est de l'horizon. Ainsi, à la latitude de Paris, les étoiles qui ne sont pas distantes du pôle arctique au-delà de 48° 51′, sont toujours sur l'horizon; et celles qui sont moins éloignées du pôle antarctique de 48° 51′, ne se lèvent jamais.

61. Après tout ce que nous avons dit, on entendra aisément les raisons des observations suivantes qui se rapportent encore à la sphère oblique. 1°. Tous ceux qui sont dans la même sphère hors des tropiques, ont chacune des saisons de l'année dans le même tems, c'est-à-dire lorsque le Soleil répond à la même partie de l'écliptique : ainsi, par exemple, quoique la France et la Chine soient très-éloignées l'une de l'autre, cependant ces deux pays ont l'été dans le même tems; j'en dis autant des trois autres saisons. 2°. Au contraire, ceux qui ont différentes sphères obliques, l'une au midi, l'autre au nord, et qui

habitent hors des tropiques, ont des saisons différentes en même tems : les uns ont l'été ; par exemple tandis que les autres sont en hiver ; ainsi les *antipodes*, c'est-à-dire ceux qui habitent des parties de la Terre diamétralement opposées, ont des saisons contraires en même tems, pourvu qu'ils ne soient pas sur l'équateur, ni près de ce cercle. 3°. Ceux qui sont sur le même parallèle ont tous, non-seulement la même saison dans le même tems, mais de plus chaque jour est de même longueur pour eux tous, quoiqu'ils ne l'aient pas en même tems : car si les uns sont sur une partie de ce cercle, et les autres sur une partie opposée du même cercle, les premiers auront le jour tandis que les autres auront la nuit.

62. Il faut remarquer que ceux qui sont sur des parties opposées du même parallèle ne sont pas antipodes, parce que si on conçoit une ligne tirée des uns aux autres dans l'intérieur de la Terre, elle ne passera pas par le centre du globe de la Terre, et n'en sera pas par conséquent un diamètre : cependant s'il est question de l'équateur, ceux qui habitent les parties opposées de ce cercle sont antipodes.

63. Les personnes qui commencent à étudier la sphère et ignorent les premiers élémens de physique, ont peine à comprendre comment nos antipodes peuvent se tenir sur la surface de la Terre : il leur semble que ces habitans, qui répondent à nos pieds, devraient tomber en s'écartant de la Terre ; mais ils en jugeront tout autrement, s'ils font réflexion que tomber c'est s'approcher du centre de la Terre vers lequel les corps pesans sont attirés par l'effort de la pesanteur, de la même manière qu'un morceau de fer est attiré par un aimant dans la sphère d'activité duquel il se trouve. Or si nos antipodes s'écartaient de la Terre en allant vers le ciel, comme on pourrait d'abord l'imaginer, bien loin de s'approcher du centre de la Terre, ils s'en éloigneraient ; ainsi ils ne tomberaient pas, mais au contraire ils monteraient, ce qui est opposé à la loi des corps pesans : par conséquent ils ne doivent pas s'écarter de la Terre, puisqu'ils sont entraînés comme nous vers son centre qui est celui d'attraction, lequel est entr'eux et nous.

Des apparences de la Sphère parallèle.

64. Nous avons dit que la sphère est parallèle, quand l'horizon est parallèle à l'équateur. Or, pour avoir l'horizon situé de cette manière, il faut être sur un des pôles de la Terre, et par conséquent le zénith doit répondre à un des pôles du ciel. D'où il suit que l'élévation ou la hauteur du pôle y est de 90° : on doit dire la même chose de la latitude. Il est vraisemblable qu'il n'y a point de pays habité près des pôles, à cause du froid extrême qu'il doit y faire. Quoi qu'il en soit, voici les apparences qu'y produisent les mouvemens des astres, et surtout du Soleil.

65. 1°. Dans la sphère parallèle, l'année n'est composée que d'un jour et d'une nuit qui sont l'un et l'autre de six mois. La raison en est que tous les parallèles placés entre l'équateur et le tropique supérieur, sont tout-à-fait sur l'horizon, puisque, dans cette sphère, ce cercle se confond avec l'équateur. Par la même raison tous les parallèles compris entre l'équateur et le tropique inférieur, sont cachés en entier sous l'horizon de cette sphère : ainsi la nuit doit durer pendant six mois sans interruption. Dans la sphère parallèle boréale, le jour commence au 20 de mars, et finit au 22 de septembre ; et dans l'australe, il commence au 22 de septembre, et finit au 20 de mars.

66. Remarque. Quand on dit que la nuit dure six mois, on doit excepter les crépuscules, qui commencent environ deux mois avant le lever du Soleil, et ne finissent que deux mois après son coucher : car le crépuscule doit commencer le matin, quand il est encore 18° au-dessous de l'horizon, et ne doit finir le soir que lorsqu'il est arrivé à 18° au-dessous, c'est-à-dire quand il y a 18° de déclinaison; parce que, dans cette sphère, la hauteur ou l'abaissement du Soleil, à l'égard de l'horizon, est la même chose que sa déclinaison, ou sa distance à l'équateur. Or, quand le Soleil revient à l'équateur, et qu'il en est encore éloigné de 18°, il faut presque deux mois pour qu'il y parvienne; et, quand il répond à ce cercle, il emploie le même tems pour s'en écarter de 18°.

67. Les deux mois restans, pendant lesquels il n'y a point de crépuscule, ne sont pas une nuit profonde et continuelle : car la Lune se montre deux fois pendant ce tems, et demeure sur l'horizon 15 jours à chaque fois. Il ne reste donc plus qu'un mois, pendant lequel on ne voit que les étoiles et quelques planètes.

68. 2°. Le Soleil tourne parallèlement à l'horizon dans l'espace de 24 heures : c'est que l'horizon se confondant avec l'équateur dans cette sphère, les cercles parallèles à l'équateur, qui sont décrits par le Soleil en 24 heures, sont aussi parallèles à l'horizon.

69. 3°. Les ombres tournent tout autour des objets en 24 heures. Cela est nécessaire, puisque le Soleil décrit un cercle parallèle à l'horizon.

70. 4°. Enfin les étoiles ne se lèvent ni ne se couchent jamais dans cette sphère : celles qui sont sur l'horizon pendant un tems y demeurent toujours, et celles qui sont au-dessous y restent aussi toujours. La raison de cette apparence vient de ce que les étoiles n'ont qu'un mouvement qui soit bien sensible, au moins pendant assez long-tems : savoir le mouvement diurne ou d'orient en occident, qui se fait sur des cercles parallèles à l'équateur, et par conséquent à l'horizon de cette sphère. Néanmoins, après un assez grand nombre d'années, comme de cent ans, quelques étoiles peuvent se lever et d'autres se coucher, à cause d'un mouvement très-lent vers l'orient, par lequel elles font un degré environ en 72 ans, sur des cercles parallèles à l'écliptique, comme on l'a déjà observé. (art. 32, Liv. I.)

71. Il paraît, par tout ce que nous avons dit sur les apparences des trois dispositions générales de la sphère, que la durée de toutes les nuits d'une année prises ensemble est égale à celle de tous les jours. Il n'y a point de difficulté à l'égard de la sphère parallèle dont nous venons de parler. Cela est encore évident par rapport à la sphère droite, puisque chaque jour et chaque nuit sont de 12 heures. Enfin, dans la sphère oblique nous avons vu (art. 52) que l'égalité dont nous parlons s'y trouve aussi.

72. Après ce que nous avons dit, on entendra facilement quelques problèmes à résoudre par le moyen d'un globe terrestre, et plusieurs questions que l'on peut faire touchant le lever et le coucher du Soleil, et l'heure qu'il est en même tems dans différens lieux. La solution de ces problèmes dépend d'un petit cercle divisé en vingt-quatre heures, ou d'une rosette qui est attachée au méridien, et qui a pour centre le pôle septentrional, qui est le pôle élevé par rapport à nous. Il y a 12 heures marquées sur la demi-circonférence orientale de ce petit cercle, et autant sur l'occidentale : les 12 heures de la demi-circonférence orientale commencent à la partie inférieure et finissent à la supérieure ; mais elles sont placées d'une manière opposée sur la demi-circonférence occidentale. Le bout de l'axe de la sphère, qui est au centre du cercle horaire, porte une aiguille qui tourne et montre différentes heures, lorsqu'on fait tourner la sphère.

73. Il y a encore une autre chose à observer dans la sphère et dans le globe terrestre, pour les problèmes dont il s'agit : ce sont les différens cercles qui sont peints sur la largeur de l'horizon : ils se réduisent à trois ; le premier, ou le plus extérieur, contient les noms des vents ; le second, les noms des mois ; le troisième enfin, les noms des signes et les degrés du zodiaque. Or les noms des mois avec leurs jours sont tellement disposés, qu'ils répondent aux degrés et aux noms des signes que le Soleil décrit pendant ces mois : par exemple, le 21 du mois de mars répond au commencement d'*Aries*, parce que le Soleil entre ce jour-là dans ce signe.

74. Il est bon d'avertir qu'il ne faut pas s'attendre à une grande précision, quand on en viendra à la pratique des méthodes suivantes ; il faudrait pour cela que le globe fût fort grand, et qu'il fût construit avec toute l'exactitude possible : aussi ne proposons-nous ces méthodes que comme une espèce d'amusement ou d'exercice propre à familiariser nos lecteurs avec les mouvemens célestes. Nous donnerons dans le IIIe Livre la manière de résoudre les mêmes problèmes avec plus d'exactitude, par le moyen du calcul.

Nous ne dirons pas ici comment on trouve la latitude et la longitude des villes marquées sur le globe, parce qu'il n'y a aucune difficulté après ce que nous avons exposé sur l'une et sur l'autre. Nous répéterons seulement, en peu de mots, au commencement du problème suivant, ce qui a été expliqué ailleurs (art. 23), touchant la manière de monter un globe ou une sphère horizontalement.

75. *Trouver à quelle heure le Soleil se lève ou se couche à un jour proposé, dans un lieu dont on connaît la latitude.*

Supposons que le jour proposé soit le premier juillet, et que le lieu soit la ville de Paris, dont la latitude est d'environ 49°: il faut monter la sphère horizontalement pour Paris, en élevant le pôle septentrional au-dessus de l'horizon presque de 49°. (On élève le pôle septentrional, parce que c'est celui qui est plus proche du zénith de Paris.) Après cette préparation l'on cherchera, 1°. sur l'horizon, quel est le degré du signe auquel répond le Soleil le 2 de juillet, et on trouvera que c'est le dixième degré du *Cancer*. 2°. On cherchera le dixième degré du Cancer sur le zodiaque, et on tournera la sphère de manière que ce degré réponde au méridien. 3°. La sphère étant dans cette situation, on mettra l'aiguille des heures sur midi, parce qu'on suppose que la sphère étant ainsi disposée, il est midi à Paris, et on fera tourner la sphère vers l'orient jusqu'à ce que le dixième degré du Cancer, marqué sur l'écliptique, réponde à l'horizon oriental : la sphère étant dans cette situation, l'aiguille horaire marquera l'heure du lever du Soleil à Paris le premier de juillet: on trouvera que c'est environ à quatre heures du matin. Or le moment de midi étant également éloigné du lever et du coucher, au moins sensiblement, on conclura que le Soleil se couche ce jour-là à huit heures du soir; et que, par conséquent, la durée de ce jour est de 16 heures.

76. On peut, par cette méthode, trouver dans quel climat est située une ville dont on connaît la latitude : car il ne faut pour cela que chercher la durée du plus long jour de l'année, qui est celui auquel le Soleil répond au premier degré du Cancer, et compter autant de climats qu'il y a de demi-heures

dans ce plus long jour au-dessus de 12 heures. Ainsi, le plus long jour à Paris étant d'environ 16 heures, cette ville est à la fin du huitième climat.

77. *Quand il est midi à une ville, par exemple à Paris, trouver l'heure qu'il est à une autre ville.*

Il faut tourner le globe jusqu'à ce que Paris soit sous le méridien, et mettre pour lors l'aiguille des heures sur midi; ensuite faire tourner le globe jusqu'à ce que l'autre ville, que je suppose être Constantinople, soit sous le méridien, et regarder sur quelle heure est l'aiguille; c'est l'heure qu'il est à Constantinople, lorsqu'il est midi à Paris : on trouvera qu'il est environ une heure trois quarts après midi. De même, si on veut savoir quelle heure il est à Paris, quand il est midi à Constantinople, on placera cette dernière ville sous le méridien, et on mettra alors l'aiguille sur midi; puis on tournera le globe jusqu'à ce que Paris réponde au méridien, et l'on trouvera qu'il est $10^h \frac{1}{4}$ à Paris, quand il est midi à Constantinople.

78. *Trouver quelle heure il est dans tous les endroits de la Terre, quand il est une certaine heure à un lieu, par exemple à Paris.*

Je suppose qu'il soit neuf heures du matin à Paris : il s'agit de trouver quelle heure il est en même tems dans tous les autres lieux marqués sur le globe terrestre. Je tourne le globe jusqu'à ce que Paris soit sous le méridien, et je mets ensuite l'aiguille du cercle horaire sur neuf heures du matin. Après cela, je fais tourner le globe, et je regarde quelle heure marque l'aiguille, lorsqu'une ville est sous le méridien : c'est l'heure qu'il est à cette ville, quand il est 9 heures du matin à Paris. Ainsi, parce que Rome se trouvant sous le méridien, l'aiguille marque presque $9^h \frac{3}{4}$ du matin, on en conclura qu'il est presque $9^h \frac{3}{4}$ à Rome quand il est 9 heures du matin à Paris : on trouvera pareillement que dans le même tems il est un peu plus de $10^h \frac{3}{4}$ du matin à Alexandrie, presque $11^h \frac{1}{4}$ à Jérusalem, plus de $11^h \frac{1}{2}$ à Moscow, plus de midi un quart à Ispahan en Perse. Toutes ces villes sont à l'orient de Paris : c'est pourquoi le jour y est plus avancé au même instant physique. Voici d'autres villes qui sont

à l'occident, dans lesquelles par conséquent on trouvera le jour moins avancé qu'à Paris : on verra, par exemple, qu'il est presque $8^h \frac{1}{2}$ du matin à Cadix, qu'il n'est pas encore $4^h \frac{1}{2}$ du matin à Québec en Canada; qu'il est un peu plus de $3^h \frac{1}{2}$ du matin à Portobello; environ 2^h du matin à Mexico, capitale du Mexique. On ne regarde pas ici le méridien du globe comme étant celui de Paris, mais comme un méridien en général.

79. Si l'on n'avait point de globe terrestre, il faudrait connaître la différence des longitudes, et réduire en heures et en minutes les degrés que cette différence contiendrait, en comptant une heure pour 15°, ou 4′ d'heure pour un degré, parce que le Soleil parcourt 15° par heure en allant d'orient en occident. Ainsi, parce que la différence des longitudes entre Paris et Goa dans les Indes, est de 71° 25′ vers l'orient, le Soleil est plus avancé à Goa qu'à Paris de 4^h 45′ 40″; c'est-à-dire qu'il est déjà 4^h 45′ 40″ du soir à Goa, quand il est midi à Paris. On trouvera à la fin, du quatrième Livre, une Table de la différence des longitudes ou des méridiens pour les principaux lieux de la Terre. Il y en a une plus étendue dans la *Connaissance des Tems*, que publie chaque année le Bureau des Longitudes.

Il y a encore quelques autres problèmes semblables que nous omettons ici, parce qu'il serait inutile de nous y arrêter. Quiconque entend bien ce que nous avons dit sur la sphère, n'a pas besoin qu'on lui explique ces méthodes, qui sont plus curieuses qu'utiles. Nous allons passer à l'explication des principaux phénomènes de la Lune.

Du Mouvement et des apparences de la Lune.

[La Lune qui est le satellite de la Terre (art. 2, Liv. I), n'est point lumineuse par elle-même; elle n'est visible que parce que sa surface a la propriété de réfléchir la lumière qu'elle reçoit du Soleil. L'observation répétée des taches invariables et nombreuses qui sont répandues sur son disque, a fait connaître qu'elle nous présente à peu près le même hémisphère; mais les taches qui en avoisinent le bord, tantôt s'en approchent, tantôt s'en éloignent. Ce mouvement oscillatoire, qui

n'est qu'apparent, se désigne sous le nom très-expressif de *Libration de la Lune*. Les astronomes ont reconnu en outre que cet astre n'a pas d'atmosphère sensible; ainsi il ne peut être habité par des êtres de notre nature.]

Tout le monde remarque trois principaux phénomènes par rapport à la Lune; ses différentes situations eu égard au Soleil, ses diverses formes qu'on appelle *phases*, et enfin les éclipses, soit de Soleil, soit de Lune.

80. Les différentes situations de la Lune, par rapport au Soleil, consistent en ce qu'elle est tantôt à l'orient, tantôt à l'occident de cet astre; quelquefois elle répond au même point de l'écliptique que le Soleil, qui est beaucoup plus distant de la Terre que cette planète: quelquefois elle est éloignée du Soleil de 180°. Quand elle est à peu près entre le Soleil et la Terre, ou plutôt quand elle répond au même demi-cercle de latitude que le Soleil, on dit qu'elle est en conjonction par rapport à cet astre; mais lorsqu'elle en est éloignée de 180° en longitude, on dit qu'elle est en opposition avec le Soleil, parce que ces deux astres répondent pour lors à des points du ciel opposés l'un à l'autre, ou du moins à des parties opposées du même cercle de latitude. Nous avons dit (Livre I, art. 48) que les cercles de latitude sont de grands cercles perpendiculaires à l'écliptique. Lorsque la Lune répond au même demi-cercle de latitude que le Soleil, elle a la même longitude; on dit qu'elle répond pour lors au même degré de l'écliptique que cet astre, quoiqu'elle ne soit pas dans ce cercle.

81. Les phases de la Lune sont les différentes formes qu'elle prend. On l'appelle nouvelle quand elle ne parait pas éclairée. On dit qu'elle est pleine, lorsqu'elle se montre comme un cercle lumineux: elle est dans ses quartiers, quand elle parait en demi-cercle. Enfin elle paraît quelquefois en croissant, et quelquefois elle a une figure plus ou moins approchante du cercle.

82. Pour expliquer ces apparences, il faut savoir que la révolution de la Lune, qui vient de son mouvement propre d'occident en orient, se fait en beaucoup moins de tems que celle du

Soleil; car le Soleil emploie plus de 365 jours pour faire son tour, et la Lune, au contraire, achève le sien en 27 jours et 8 heures : examinons ce que produit cette différence. Supposons que la Lune soit entre la Terre et le Soleil, elle paraîtra bientôt à l'orient de cet astre, parce qu'elle se meut plus vite; et, après 27 jours et 8 heures, elle reviendra au même demi-cercle de latitude auquel elle répondait quand elle était entre le Soleil et la Terre; mais elle n'aura pas pour cela atteint le Soleil, qui, pendant le tems de la révolution de la Lune, a parcouru environ 27 degrés vers l'orient : il faudra encore au moins 2 jours, afin que la Lune atteigne le Soleil; c'est pourquoi il y a environ 29 jours et demi d'une conjonction à l'autre. De là vient la distinction entre le mois *périodique* et le mois *synodique* de la Lune.

83. Le mois périodique de la Lune est le tems qu'elle met à faire sa révolution autour du zodiaque d'occident en orient. Le mois synodique est le tems que la Lune emploie pour rejoindre le Soleil après l'avoir quitté, ou, ce qui revient au même, c'est le tems qu'il y a depuis une nouvelle Lune jusqu'à la suivante. (Nous ferons bientôt voir que la nouvelle Lune arrive quand cette planète répond au même point de l'écliptique que le Soleil). Le premier de ces deux mois est de 27 jours $7^h\ 43'\ 4'',7$; le second est de 29 jours $12^h\ 44'\ 2'',8$. Dans l'usage ordinaire et civil on compte les Lunes ou les mois synodiques alternativement de 29 et de 30 jours, puisqu'on ne peut finir une Lune et commencer la suivante à la moitié d'un jour.

84. La Lune avançant plus vite que le Soleil vers l'orient par son mouvement propre, il est clair qu'elle est à l'orient du Soleil depuis le tems qu'elle répondait au même demi-cercle de latitude que le Soleil, jusqu'à ce qu'elle en soit éloignée de 180 degrés. Mais quand elle s'est éloignée du Soleil de 180°, ou de la demi-circonférence, il faut qu'elle parcoure l'autre moitié de son orbite, ce qu'elle ne peut faire sans se rapprocher du Soleil; elle tend donc pour lors au Soleil, qui, par conséquent, est à l'orient de la Lune, parce qu'elle tend toujours vers l'orient par son mouvement propre. Ainsi la Lune est, dans ce

tems-là, à l'occident du Soleil. De ces différentes situations de la Lune par rapport au Soleil, dépendent ses diverses formes ou phases, et les éclipses de ces deux astres.

85. Pour entendre la raison des phases de la Lune, il faut remarquer que cet astre étant un globe opaque, qui n'a de lumière qu'autant qu'il est éclairé par le Soleil, il ne peut y avoir qu'une moitié de la Lune qui soit éclairée, savoir, celle qui est tournée du côté du Soleil; pour l'autre moitié, elle est dans l'obscurité. (Nous négligeons ici une petite différence entre deux parties, dont la première est un peu plus grande que la seconde, parce que le Soleil est plus grand que la Lune) (*). Si donc la moitié qui n'est pas éclairée par le Soleil, est tournée vers la Terre, la Lune sera nouvelle, c'est-à-dire qu'elle ne paraîtra pas. Si la moitié ou l'hémisphère éclairé de la Lune est tourné directement vers la Terre, la Lune paraîtra pleine, c'est-à-dire qu'on la verra comme un cercle lumineux : enfin, si l'hémisphère de la Lune, tourné vers la Terre, renferme une partie de la moitié éclairée et une partie de l'autre moitié, nous verrons une partie de la Lune d'autant plus grande ou plus petite, que l'hémisphère présenté à la Terre contiendra une partie plus ou moins grande de la moitié éclairée. [La partie de la Lune, qui est privée de la lumière directe du Soleil, n'est pas cependant tout-à-fait invisible, parce qu'elle est un peu éclairée par les rayons solaires que la Terre réfléchit : c'est cette lueur qu'on nomme *lumière cendrée*.] Cela posé, voici comment on explique les phases de la Lune.

86. 1°. Si la Lune répond au même point de l'écliptique que le Soleil, elle sera nouvelle, c'est-à-dire qu'elle ne paraîtra pas, parce qu'étant pour lors placée entre le Soleil et la Terre, ou du moins à peu près, l'hémisphère éclairé, qui est nécessairement du côté du Soleil, ne sera pas tourné vers la Terre. 2°. Un jour ou deux après la *conjonction* ☌, la Lune paraît en forme de croissant, qui s'élargit d'autant plus que la Lune

(*) Selon les calculs les plus exacts des astronomes, le diamètre du Soleil est de 315000 lieues, et celui de la Lune de 782.

s'éloigne du Soleil d'un plus grand nombre de degrés. La Lune, en s'éloignant du Soleil, nous montre une partie de l'hémisphère éclairé, qui devient d'autant plus grande, que sa distance, ou plutôt son *élongation* du Soleil, augmente : de là viennent le croissant et son augmentation. 3°. Quand la Lune s'est éloignée du Soleil de 90 degrés, elle paraît en demi-cercle; c'est qu'elle nous présente alors la moitié de l'hémisphère éclairé : cette phase de la Lune est appelée *premier quartier*. (La Lune paraît en demi-cercle un peu avant qu'elle soit éloignée du Soleil de 90 degrés; ainsi elle paraît sous cette forme avant le premier quartier; mais la différence n'est ici d'aucune conséquence). 4°. A mesure que son élongation du Soleil augmente, la lumière s'étend de plus en plus, et la partie éclairée que nous voyons approche davantage de la figure d'un cercle : cela vient de ce que l'hémisphère éclairé se présente de plus en plus à la Terre. 5°. Quand la Lune est en *opposition* ☍ avec le Soleil, ou qu'elle en est éloignée de 180°, elle paraît pleine ou comme un cercle entier : c'est qu'alors l'hémisphère éclairé par le Soleil est tourné tout entier vers la Terre. Après l'opposition les mêmes phases reparaissent, mais dans un ordre renversé. Cela arrive par les mêmes raisons que nous venons de rapporter.

[Observons que les points de conjonction et d'opposition se nomment les *syzygies*, et que les deux autres points par lesquels passe la Lune, et qui sont à égales distances des syzygies, se nomment les *quadratures* □.]

87. Afin qu'on entende mieux ce que nous avons dit sur les phases de la Lune, il ne sera pas inutile de se servir d'une figure. Soit donc la figure 19, dont la Terre T occupe le centre, supposons que le Soleil S soit à la circonférence d'un grand cercle, et que les petits cercles A, B, C, D, E, F, G, H, représentent la Lune dans ses différentes situations par rapport au Soleil, ou plutôt l'hémisphère de cette planète tourné vers la Terre. Il est visible que la Lune étant en A, sera nouvelle, parce que l'hémisphère présenté à la Terre ne sera pas éclairé; qu'étant en B, elle sera dans son croissant; que, placée en C, elle sera dans son pre-

mier quartier; qu'arrivée en D, elle présentera à la Terre la plus grande partie de sa moitié éclairée; que, se trouvant en E, elle montrera cette moitié entière à la Terre; et qu'ensuite elle repassera par les mêmes états dans lesquels elle s'était trouvée dans la première demi-circonférence, avec cette différence que ces états ou ces phases reparaîtront dans un ordre renversé.

88. La Lune, selon ses diverses phases, commence à paraître sur l'horizon en différens points du ciel et en différens tems. Un peu après la nouvelle Lune, elle commence à paraître à l'occident au-dessus de l'horizon, peu après le coucher du Soleil. Ensuite, le croissant de la Lune augmentant, elle devient de jour en jour plus éloignée de l'horizon au moment que le Soleil se couche, jusqu'à ce que, dans le premier quartier, elle réponde au méridien dans le tems que le Soleil disparaît; ainsi la Lune ne se couche alors que vers le milieu de la nuit. Mais les jours suivans, la Lune se trouve au-delà du méridien vers l'orient, au moment du Soleil couchant; elle devient même chaque jour de plus en plus proche de l'horizon à l'instant du coucher du Soleil, jusqu'à ce qu'enfin elle s'y trouve vers l'orient dans le tems que le Soleil se couche, ce qui arrive le jour de la pleine Lune. On voit donc que, depuis la nouvelle Lune jusqu'à la pleine Lune, ce satellite nous éclaire de plus en plus après le coucher du Soleil, de manière cependant qu'il ne reste jamais sur l'horizon jusqu'au lever du Soleil, si ce n'est le jour de la pleine Lune ou de l'opposition, et pour lors il brille sur l'horizon pendant toute la nuit. Mais, après la pleine Lune, il ne monte sur l'horizon qu'après le coucher du Soleil, et il éclaire seulement jusqu'à l'aurore; parce que quand le Soleil est levé, la lumière de cet astre empêche celle de la Lune de paraître, quoiqu'elle soit sur l'horizon. Dans la suite, la Lune se lève d'autant plus tard après le coucher du Soleil, ou d'autant moins de tems avant le lever de cet astre, qu'elle s'éloigne davantage de l'opposition, jusqu'à ce que le jour même du dernier quartier elle se lève vers le milieu de la nuit; et, depuis le dernier quartier, elle tarde tous les jours de plus en plus à se lever.

Enfin, le jour de la nouvelle Lune, elle se lève en même tems que le Soleil; mais alors elle ne paraît pas.

89. Pour entendre la raison de ces diversités, il faut faire attention que cet astre, quand il est à l'orient du Soleil, ne peut se lever et se coucher qu'après le Soleil, puisque le mouvement diurne du ciel se faisant d'orient en occident, ceux de ses points qui sont plus à l'orient que d'autres, ne peuvent monter sur l'horizon ou descendre au-dessous qu'après ceux-ci. Au contraire, quand la Lune est à l'occident du Soleil, elle doit se lever et se coucher avant lui. Cela posé, il est évident que la Lune ne doit se coucher qu'après le Soleil, depuis la conjonction jusqu'à l'opposition, parce qu'elle est alors à l'orient du Soleil; mais, depuis l'opposition jusqu'à la conjonction, elle doit se lever avant le Soleil, parce que pendant tout ce tems elle est à l'occident de cet astre. Les autres circonstances de ses apparitions exposées ci-dessus s'entendront aisément.

90. Il faut remarquer que quand la Lune est dans son croissant, ses cornes sont tournées vers l'orient, et que quand elle est dans son déclin, elles sont dirigées vers l'occident : les cornes de la Lune sont toujours tournées du côté opposé au Soleil. Quand elle est dans son croissant, elle est à l'orient du Soleil; et d'ailleurs elle paraît le soir : c'est le contraire lorsqu'elle est dans son déclin.

91. Après ce que nous avons dit des phases de la Lune, on voit aisément d'où viennent les éclipses de Soleil et de Lune; car si la Lune, dans les conjonctions, passe précisément entre le Soleil et la Terre, elle cachera le Soleil, c'est l'éclipse de Soleil; et si, dans les oppositions, elle se trouve dans la même ligne droite que le Soleil et la Terre, ensorte que la Terre soit précisément entre le Soleil et la Lune, la Terre interceptera les rayons du Soleil, et les empêchera de parvenir jusqu'à la Lune, qui sera par conséquent privée de lumière, c'est l'éclipse de Lune. La Lune étant réellement privée de lumière dans ses éclipses, tous ceux qui la voient au moment de ce phénomène, à moins que l'éclipse ne soit totale, ce qui est très-rare, s'aperçoivent qu'elle est éclipsée : il n'en est pas de même du

Soleil; car il est aussi lumineux qu'à l'ordinaire, pendant le tems qu'il nous paraît éclipsé en partie : c'est pourquoi les peuples qui sont situés de manière que la Lune ne soit pas entr'eux et le Soleil, ne s'aperçoivent pas de l'éclipse, quoique d'autres la voient en même tems.

92. Il semble d'abord qu'il devrait y avoir une éclipse de Soleil à chaque nouvelle Lune, et une éclipse de Lune chaque fois qu'elle est pleine; mais on verra qu'il n'en doit pas être ainsi, en faisant réflexion que la Lune ne se meut pas dans le plan du même cercle que le Soleil : en effet cet astre répond toujours à l'écliptique aussi bien que le globe terrestre, au lieu que la Lune se meut autour de la Terre dans une courbe à peu près circulaire, dont le rayon est de 87420 lieues, et dont le plan fait un angle d'environ 5°9′ avec l'écliptique. Il arrive de là que si, dans le tems de la nouvelle ou de la pleine Lune, elle se trouve dans ses *nœuds*, c'est-à-dire dans les points d'intersection de l'orbite de la Lune avec l'écliptique, ou près de ces points, il y a éclipse, parce que la Lune est alors dans le plan de l'écliptique avec le Soleil et la Terre; mais si dans ce tems la Lune est assez éloignée de ses nœuds, elle ne répond pas au même plan que le Soleil et la Terre, et elle est un peu au nord ou au midi; par conséquent il ne peut y avoir d'éclipse. (*)

93. La présence, soit de la Lune, soit de la Terre devant le Soleil, produit une ombre qui a la figure d'un cône. En général, si le corps lumineux est plus grand que le corps opaque présenté à la lumière, l'ombre a la figure d'un cône dont le sommet est au-delà du corps opaque (nous supposons que les deux corps sont des globes). Si ces deux corps sont égaux,

---

[(*) Nous ferons remarquer en passant, un phénomène très-singulier, c'est que les nœuds de la Lune ne sont pas fixes dans le ciel; ils ont au contraire un mouvement très-rapide d'orient en occident. Ce mouvement rétrograde sur l'écliptique est tel, que les nœuds achèvent leur révolution en 18 ans et demi environ; c'est aussi la période de la nutation (art. 25, Liv. 1).

On entend par nœud *ascendant* ☊, celui que traverse la Lune pour entrer dans l'hémisphère boréal ou supérieur; l'autre est le nœud *descendant* ☋.]

l'ombre a la figure d'un cylindre qui s'étend à l'infini au-delà du corps opaque. Enfin si le corps lumineux est moindre que le corps opaque, l'ombre va en augmentant et s'étend à l'infini. Or le Soleil est plus grand que la Lune, et même que la Terre prise avec son atmosphère; c'est pourquoi l'ombre de ces deux corps doit se terminer en pointe et avoir la figure d'un cône : c'est ce que nous allons voir par les figures 20 et 21 dont trois cercles S, L, T représentent le Soleil, la Lune et la Terre. Dans la figure 20, les lignes EBA et FCA qui sont tirées des bords du Soleil et qui rasent la Lune, terminent l'ombre lunaire représentée par BAC, laquelle tombe sur la Terre T. Pareillement dans la fig. 21, l'ombre de la Terre ou de son atmosphère est GAH, qui tombe sur la Lune L. Les lignes LA et TA sont les axes des cônes d'ombres.

94. L'ombre de la Lune rencontrant la Terre y cause une éclipse totale de Soleil dans les endroits sur lesquels tombe cette ombre. Les lieux qui sont aux environs de l'ombre, jusqu'à une certaine distance, n'ont que l'éclipse partielle, qui est d'autant plus grande qu'ils sont plus près de l'ombre. Cette ombre avance avec une vitesse prodigieuse vers l'orient : nous ferons voir qu'elle parcourt 12 à 15 lieues dans une minute sur la surface de la Terre; ensorte qu'elle va deux ou trois fois plus vite qu'un boulet de canon, qui ne fait que cinq lieues pendant une minute. Si l'axe de l'ombre de la Lune passe par le centre de la Terre, la partie de la surface de la Terre couverte par l'ombre sera circulaire, et le diamètre de ce cercle ne pourra être que d'environ 60 lieues. Mais la section de l'ombre lunaire par le globe terrestre ne demeure pas circulaire; elle devient ovale, parce que l'axe de l'ombre ne peut être dirigé qu'un moment sur le centre de la Terre.

95. L'espace qui environne l'ombre de la Lune et qui est privé des rayons d'une partie du Soleil, tandis qu'il en reçoit de l'autre partie de cet astre, est appelé *pénombre :* tous ceux qui voient l'éclipse partielle sont dans la pénombre. Cette pénombre va en s'élargissant : ainsi, plus la Lune est éloignée de la Terre, plus grande est la partie de la surface terrestre

sur laquelle tombe la pénombre. Au contraire, l'ombre se rétrécit à mesure qu'elle s'éloigne de la Lune; c'est pourquoi plus la Lune est éloignée de la Terre, plus l'endroit de la Terre sur lequel tombe l'ombre est petit; c'est ce qui se reconnaît à la seule inspection de la fig. 20. Il peut même arriver, comme dans la fig. *B*, que cette ombre ne parvienne pas jusqu'à la Terre, à cause de la trop grande distance de la Lune; auquel cas l'éclipse du Soleil est appelée *annulaire*, parce qu'on voit alors les bords du Soleil qui paraissent former un anneau autour de la Lune qui cache le milieu du Soleil. Il faut pour cela que le disque ou le cercle de la Lune paraisse moindre que celui du Soleil, et cela est plus ordinaire que l'éclipse totale.

96. L'ombre de la Terre portée sur la Lune y cause aussi une éclipse; cette ombre est beaucoup plus grande que celle de la Lune, puisque le diamètre d'une section de l'ombre de la Terre, prise à la distance de cette planète, est trois fois plus grand que celui de la Lune. Aussi la Lune peut être éclipsée totalement pendant deux heures; au lieu que l'éclipse du Soleil ne demeure guère totale au-delà de 4 à 5 minutes. Le moment où le bord occidental de la Lune commence à entrer dans l'ombre, qui est l'instant où l'éclipse devient totale, s'appelle *immersion;* et celui où elle commence à n'être plus totale, se nomme *émersion:* c'est quand le bord oriental de la Lune sort de l'ombre.

Nous venons de dire que l'éclipse de Lune peut être totale pendant deux heures, et que celle du Soleil ne peut l'être que pendant quelques minutes; nous avons dit aussi que l'ombre de la Lune fait environ 12 lieues pendant une minute. On ne sera peut-être pas fâché de trouver ici la raison de ce que nous avons avancé.

97. La Lune, par son mouvement propre, parcourt environ 13 degrés par jour vers l'orient; d'ailleurs le Soleil fait dans le même tems à peu près un degré. Ainsi la Lune fait environ 12 degrés en 24 heures par rapport au Soleil; c'est un demi-degré ou 30 minutes par heure, et par conséquent

une demi-minute de degré pendant une minute d'heure. Or une demi-minute de l'orbite de la Lune contient 12 lieues; car la distance du centre de la Terre à la Lune, ou le rayon de l'orbite de la Lune, est environ 60 fois plus grand que le rayon de la Terre ou de son équateur : donc un degré de l'orbite de la Lune vaut 60 degrés de l'équateur de la Terre; et par conséquent une minute de l'orbite de la Lune est égale à un degré de cet équateur. Or le degré de l'équateur terrestre est de 25 lieues : par conséquent une demi-minute contient environ 12 lieues. Ainsi la Lune fait 12 lieues en une minute de tems. L'ombre de la Lune doit donc parcourir le même espace sur la surface de la Terre; et plus encore quand la Lune est plus voisine de la Terre.

98. On détermine par le même principe le tems pendant lequel l'éclipse de Lune peut être totale. La Lune avançant d'occident en orient par son mouvement propre, l'éclipse commence à être totale au moment où le bord occidental de la Lune entre dans l'ombre; et elle cesse de l'être quand le bord oriental, qui est le premier, sort de l'ombre. Or l'intervalle de tems qui est entre ces deux momens peut être de deux heures; car le diamètre de la section de l'ombre à la distance où est la Lune, est égal à trois diamètres de cette planète; ainsi quand la Lune commence à être plongée toute entière dans l'ombre, elle a encore un espace égal à deux de ses diamètres à parcourir avant que son bord oriental sorte de l'ombre (On suppose ici que le centre de la Lune suive le diamètre de la section). Or le diamètre de la Lune est au moins de 30 minutes : donc un espace égal à deux diamètres de la Lune vaut un degré. D'ailleurs la Lune emploie près de deux heures à parcourir un degré, puisqu'elle fait 12 degrés en 24 heures. Par conséquent l'éclipse de Lune peut demeurer totale pendant deux heures ou environ,

99. Mais l'éclipse du Soleil ne peut être totale que pendant 4 minutes. Il faut pour cela que le Soleil soit dans son *apogée*, c'est-à-dire dans son plus grand éloignement de la Terre, et que la Lune soit dans son *périgée* ou sa plus grande proximité

de la Terre. Dans ces circonstances la Lune paraît plus grande que le Soleil, ensorte que son diamètre apparent surpasse celui du Soleil de 2 minutes. Cela posé, l'éclipse solaire commence à être totale quand le bord oriental ou antérieur de la Lune répond au bord oriental du Soleil; et elle cesse d'être totale lorsque le bord occidental de la Lune quitte le bord occidental du Soleil. Or il peut y avoir 4 minutes de tems entre ces deux instans; car supposons que le bord oriental de la Lune réponde au bord oriental du Soleil, le bord occidental de la Lune sera encore éloigné de celui du Soleil de 2 minutes, puisque le diamètre apparent de la Lune surpasse celui du Soleil de cette quantité : il faudra donc que la Lune parcoure 2 minutes, afin que le bord occidental du Soleil paraisse. Or la Lune emploie 4 minutes de tems à parcourir 2 minutes de degrés, parce qu'en une heure ou 60 minutes de tems elle parcourt 30 minutes de degrés : cette durée peut même aller à 8 minutes dans certains cas très-rares, et la durée d'une éclipse annulaire à plus de 12 minutes.

100. Les astronomes, pour déterminer la grandeur des éclipses, divisent le diamètre, soit du Soleil, soit de la Lune, en douze parties égales, qu'ils appèllent improprement *doigts*, chaque doigt en 60 minutes. Ainsi, quand ils disent qu'une éclipse a été de quatre doigts, cela veut dire que le tiers du diamètre de la planète a été éclipsé, parce que 4 est le tiers de 12. S'ils disent qu'une éclipse de Lune sera, par exemple, de 21 doigts, cela signifie que quand le diamètre de la Lune aurait 21 parties au lieu de 12, l'éclipse serait encore totale : dans ce cas il faut que la trace que suit le centre de la Lune dans l'ombre de la Terre surpasse le diamètre de la Lune de neuf doigts.

Mouvement diurne des fixes comparé à celui du Soleil : manière de régler une pendule.

101. Nous avons déjà dit que les étoiles fixes paraissent se mouvoir d'occident en orient, selon des cercles parallèles à l'écliptique (Liv. I, art. 32), et que ce mouvement, qui est très-lent, puisqu'elles ne peuvent achever leur révolution qu'en

26000 ans environ, est cause de la précession des équinoxes (Liv. I, art. 33). Il ne nous reste qu'une chose à ajouter, c'est qu'elles achèvent plus vite leur révolution d'orient en occident que le Soleil; ensorte que si une étoile passe dans un jour par le méridien en même tems que le centre du Soleil, le jour suivant elle passera par ce méridien 4 minutes plus tôt que le Soleil, ou, plus exactement, 3′ 56″. C'est ce qu'on appelle l'*accélération* des étoiles fixes. Cela vient du mouvement apparent du Soleil vers l'orient, qui est à peu près d'un degré par jour; car le Soleil étant devenu plus oriental que l'étoile à laquelle il répondait le jour précédent, il ne peut passer par le méridien qu'après l'étoile. Or cette différence de tems est d'environ 4 minutes, parce que le Soleil faisant son tour entier en 24 heures, ou 1440 minutes, il doit parcourir un degré en 4 minutes, qui sont la 360me partie de 1440 minutes.

102. [Les astronomes règlent leurs pendules sur les étoiles ou sur le Soleil, selon qu'ils se proposent de connaître le *tems sidéral* ou le *tems solaire*. Ils considèrent donc aussi les *jours sidéraux*. Or un jour sidéral est le tems qui s'écoule entre deux passages consécutifs d'une étoile à la même partie du méridien : ce jour se divise, comme les autres, en 24 heures. On a reconnu que tous les jours sidéraux sont égaux.

Pour qu'une pendule astronomique soit effectivement réglée sur le tems sidéral, il faut qu'elle marque toujours 0^h 0′ 0″ au moment où le point équinoxial du printems passe au méridien, ou, ce qui est de même, qu'elle indique l'ascension droite d'une étoile fixe quelconque réduite en tems à raison de 15^h pour 1 heure : car on conçoit qu'une étoile dont l'ascension droite serait de 15°, passerait au méridien 1 heure sidérale plus tard que le point *Aries*; par conséquent la pendule étant supposée réglée, devrait marquer 1 heure au moment même de ce phénomène.

La pendule sidérale, dont le public ne peut faire aucun usage, sert principalement pour observer les différences des ascensions droites des astres; on en conclut ensuite les ascensions droites elles-mêmes.]

103. Voici maintenant comment l'accélération des étoiles fixes peut faire connaître si une pendule est bien réglée par rapport au Soleil. Je suppose qu'il y ait vers le midi quelque objet élevé, comme un clocher, une cheminée, le faîte d'un toit, que l'on puisse voir par une fenêtre; il faut attacher au côté de la fenêtre une planche mince ou plutôt une espèce de plaque ou de règle de fer, de cuivre, ou de quelqu'autre matière, qui soit percée d'un ou de plusieurs trous d'environ trois lignes de diamètre, par lesquels on puisse voir une étoile fixe quand elle est prête à se cacher derrière un objet élevé. On regardera l'heure qu'il est à la pendule au moment où elle se cache derrière l'objet, et l'on écrira la minute et la seconde que la pendule marque. Le jour d'après on fera la même observation sur la même étoile; et si, au moment où l'étoile disparaît, la pendule marque 3′ 56″ moins que le jour précédent, la pendule va bien, c'est-à-dire qu'elle est réglée sur le mouvement du Soleil : s'il y a deux jours d'intervalle entre la première et la seconde observation, la pendule doit marquer 7′ 52″ moins à la seconde observation qu'à la première; s'il y a trois jours d'intervalle, la différence doit être de 11′ 48″; s'il y a quatre jours, elle sera de 15′ 44″; s'il y a cinq jours, elle sera de 19′ 40″; s'il y a six jours, elle sera de 23′ 36″; s'il y a sept jours, elle sera de 27′ 31″ : ainsi de suite en prenant 3′ 56″ moins un dixième, pour chaque jour d'intervalle entre les deux observations. S'il s'agissait d'une montre au lieu d'une pendule à secondes, ce ne serait pas la peine d'avoir égard aux 4″ qui manquent pour faire les 4′ : on pourrait compter 4′ pour chaque jour d'intervalle, à moins que la montre ne marquât elle-même les secondes.

Quoique la pendule fût bien réglée, elle pourrait néanmoins précéder le Soleil ou en être elle-même précédée, comme nous le dirons dans le quatrième Livre, après le premier problème où nous donnerons une autre méthode pour régler les pendules et les montres.

104. Il faut bien remarquer l'étoile que l'on a observée la première fois, afin de se servir de la même pour la seconde

observation. De plus, il faut prendre garde de se tromper en prenant une planète pour une étoile, comme il pourrait arriver par rapport à Vénus, Mars, Jupiter et Saturne, qui paraissent à la vue simple comme des étoiles de la première grandeur. Mais on peut éviter facilement la méprise : car 1°. ces planètes n'ont pas de scintillation comme les étoiles, leur lumière est tranquille ; elles ont même des couleurs particulières qui les font reconnaître : Mars est rougeâtre comme du feu ; Jupiter et Vénus ont une couleur claire et argentine ; et Saturne est pâle et plombé. 2°. Elles changent de place, c'est-à-dire qu'elles ne conservent pas la même situation par rapport aux étoiles voisines : ce que l'on peut remarquer du moins après plusieurs jours. Pour ce qui est de Mercure, il ne s'écarte jamais beaucoup du Soleil, et par cette raison il ne peut être aperçu que rarement : ainsi on n'est pas sujet à se tromper par rapport à cette planète, encore moins pour les petites planètes nouvellement découvertes par Herschel, Piazzi, Olbers, et Harding. Il est bon de choisir une étoile éloignée du pôle, parce que celles qui en sont voisines n'ont pas un mouvement assez sensible ; c'est pour cela que nous avons supposé que l'objet derrière lequel se cache l'étoile, est situé vers le midi.

[Quand on observe les étoiles avec une bonne lunette, elles paraissent toutes comme des points plus ou moins brillans, mais plus petits qu'à l'œil nu. Les planètes au contraire présentent un disque sensible et analogue à celui de la Lune ; ainsi il est impossible de cette manière de tomber dans la méprise.

105. Voici la nomenclature de quelques étoiles principales, et le moyen de les reconnaître aisément dans le ciel.

Vers le pôle élevé, on remarque une très-belle constellation composée de sept étoiles ; on la nomme *la grande Ourse*, ou vulgairement *le Chariot* (fig. *C*). Suivant l'usage des astronomes, ces étoiles sont, comme la plupart de celles qui forment les autres constellations, désignées par des lettres grecques. La droite menée par β et α, passe très-près d'une étoile assez belle, autour de laquelle toutes les autres qui l'avoisinent semblent tourner. Cependant celle-ci décrit elle-même un fort petit

cercle autour du pôle du monde : on l'appelle la *polaire* : elle est de troisième grandeur, et la principale ou l'α de la *petite Ourse*, autre constellation à peu près semblable à la grande. Cette étoile passe à très-peu près au méridien, quand elle se trouve dans le même plan vertical avec la première des trois étoiles de la queue de la grande Ourse, la plus voisine du quadrilatère, c'est-à-dire ι. Ainsi l'on peut savoir à l'aide d'un fil aplomb, lorsque cette circonstance à lieu, et tracer par ce moyen une ligne méridienne sur la Terre.

La droite menée par les étoiles ζ et η de la queue de la grande Ourse, et prolongée de 31° environ, passe fort près d'une étoile de la première grandeur, nommée *Arcturus*, ou l'α du Bouvier.

La Chèvre est une autre étoile de la première grandeur, située sur la ligne menée par δ et α de la grande Ourse.

La ligne tirée de l'étoile ι de la grande Ourse à la polaire, passe de l'autre côté du pôle, au milieu d'une constellation nommée *Cassiopée*, et composée de cinq étoiles principales qui font une espèce de M.

On trouve la constellation du *Lion*, en prolongeant de 45° environ vers le midi, la droite qui joint α et β de la grande Ourse : elle forme un grand trapèze à l'un des angles duquel est une étoile de la première grandeur, nommée *Régulus*. La queue du Lion β est une étoile de la deuxième grandeur, située un peu au midi de la ligne tirée de Régulus à Arcturus, et est à 15° de Régulus vers l'orient.

La constellation d'*Orion* est un groupe de plusieurs étoiles rangées suivant l'ordre que présente la figure *D*. En hiver elle paraît du côté du sud vers les sept à huit heures du soir. Dans l'intérieur du quadrilatère formé des étoiles γ α χ β ou *Rigel*, on remarque trois étoiles en ligne droite, désignées par δ ι ζ, et vulgairement appelées les *trois Rois*, ou selon les astronomes le *baudrier* d'Orion. *Sirius*, l'étoile la plus brillante et la plus scintillante du ciel, est à l'orient du baudrier; et les *Pléiades* formant un amas de petites étoiles, sont à l'occident en tirant vers le nord.

Aldébaran est une étoile de la première grandeur, située fort près des Pléiades, et sur la ligne menée de l'étoile γ d'Orion aux Pléiades : elle est remarquable par sa grandeur, son éclat et sa couleur rouge.

Procyon ou *le petit Chien*, est aussi une étoile de la première grandeur, située au nord de Sirius et plus orientale qu'Orion : elle fait avec Sirius et le baudrier d'Orion un triangle presque équilatéral.

La diagonale $\alpha\gamma$ du carré de la grande Ourse, prolongée de 68°, passe près d'une étoile de la première grandeur, connue sous le nom de l'*épi de la Vierge*. Cette étoile fait à peu près un triangle équilatéral avec Arcturus et la queue du Lion.

La *Lyre* est une des plus brillantes étoiles du ciel, et fait presque un triangle rectangle avec Arcturus et la Polaire ; l'angle droit étant vers l'orient à la Lyre.

Au midi de la Lyre paraît une belle étoile de la seconde grandeur, dans la constellation de l'*Aigle* : cette étoile est située entre deux autres qui en sont fort proche, et qui forment une ligne droite avec elle.

Le *Capricorne* est une constellation indiquée par le prolongement de la ligne qui passe par la Lyre et par l'Aigle. Deux étoiles de troisième grandeur, α et β, à 2° l'une de l'autre, sont placées sur ce prolongement, et forment la tête du Capricorne. A 20° plus loin, du côté de l'orient, sont deux autres étoiles, γ et δ, situées de l'orient à l'occident et à 2° l'une de l'autre, lesquelles composent la queue du Capricorne.

En menant une ligne de l'Aigle à la queue du Capricorne, son prolongement de 20° indique *Fomalhaut* ou *la bouche du Poisson austral*, étoile de première grandeur.

Enfin la ligne menée de Régulus à l'épi de la Vierge, et prolongée vers l'orient, rencontre la constellation du *Scorpion*, composée de trois étoiles au front du Scorpion, et formant un grand arc du nord au sud. L'étoile de la première grandeur, placée à l'orient, et comme au centre de cet arc, se nomme *Antarès*, ou *le cœur du Scorpion*.

Nous n'étendrons pas davantage ce Catalogue d'étoiles, qui

est plus que suffisant pour mettre en pratique la méthode de l'article 102. Ceux qui desireront une description complète des constellations, pourront consulter le *Traité d'Astronomie* de Lalande, ou l'*Uranographie* de Francœur.

Outre les étoiles que l'on aperçoit à la vue simple, on remarque dans le ciel une lumière blanche, de forme irrégulière, et à laquelle on a donné le nom de *voie lactée* : elle entoure le ciel en forme de ceinture, et paraît, à l'aide du télescope, être formée d'un amas de petites étoiles dont les distances angulaires sont extrêmement petites. Quant aux parties qui ne présentent qu'une lumière blanche et continue, elles se nomment *nébuleuses*.]

Du Tems moyen et de l'équation du Tems.

106. [Nous avons dit précédemment que le Soleil est toujours en retard sur les étoiles; mais ce retard est variable, comme on peut s'en assurer à l'aide d'une bonne montre réglée sur le tems sidéral. D'ailleurs, pour se rendre raison de ce fait, l'on remarquera que le Soleil décrit dans un jour sidéral un arc de 61′ de son orbe au commencement de janvier, et seulement de 57′ au commencement de juillet. Cette cause suffirait donc seule pour produire l'inégalité des jours et des heures solaires. Mais cette inégalité subsisterait encore, quand même le Soleil décrirait uniformément l'écliptique; parce que cette courbe étant oblique à l'équateur, les méridiens célestes qui la partageraient en parties égales, n'intercepteraient pas sur l'équateur des arcs égaux, ces parties étant différemment inclinées à l'égard de ce dernier plan.

Il est donc impossible de régler exactement une horloge sur le mouvement réel du Soleil. Pour obvier à cet inconvénient, on régularise ce mouvement, en concevant qu'un autre Soleil décrit uniformément et chaque jour l'équateur, et qu'il a de plus un mouvement propre et régulier d'occident en orient. Ce second mouvement du Soleil *fictif* tient le milieu entre tous ceux que le Soleil vrai prend dans le cours de l'année. Il résulte de là que l'accélération des fixes sur le mouvement moyen du

Soleil est chaque jour le même, et que par conséquent tous les *jours moyens* sont égaux, c'est-à-dire les intervalles de tems qui s'écoulent entre deux passages consécutifs du Soleil fictif au même méridien.

La différence des heures marquées par le Soleil vrai et le Soleil moyen ou fictif se nomme *équation du tems*. Cette différence n'est autre que celle des ascensions droites de ces deux Soleils, convertie en tems à raison de 15° par heure : elle varie chaque jour de quelques secondes et peut aller au plus à 16′. Enfin elle est nulle quatre fois dans l'année, comme on le voit par la Table suivante, qui fait connaître le tems moyen qu'une horloge bien réglée doit marquer à midi au Soleil.

Tems moyen qu'une Horloge doit marquer quand il est midi au Soleil.

Jours.	Janvier.	Février.	Mars.	Avril.
1	0h 4′	0h 14′	0h 13′	0h 4′
5	0 6	0 14	0 12	0 3
10	0 8	0 15	0 11	0 1
15	0 10	0 15	0 9	0 0
20	0 11	0 14	0 8	11 59
25	0 13	0 13	0 6	11 58
Jours.	**Mai.**	**Juin.**	**Juillet.**	**Août.**
1	11h 57′	11h 57′	0h 3′	0h 6′
5	11 56	11 58	0 4	0 6
10	11 56	11 59	0 5	0 5
15	11 56	0 0	0 5	0 4
20	11 56	0 1	0 6	0 3
25	11 56	0 2	0 6	0 2
Jours.	**Septembre.**	**Octobre.**	**Novembre.**	**Décembre.**
1	0h 0′	11h 50′	11h 44′	11h 49′
5	11 59	11 49	11 44	11 51
10	11 57	11 47	11 44	11 53
15	11 55	11 46	11 45	11 55
20	11 54	11 45	11 46	11 58
25	11 52	11 44	11 47	0 0

Si on veut avoir l'équation du tems pour tous les jours, avec la précision des secondes, il faudra recourir au petit Annuaire que le Bureau des Longitudes publie chaque année, et qui se trouve à Paris, chez Mme veuve Courcier.

Dans la vie civile on n'a égard qu'au tems vrai, parce que la différence entre ce tems et le tems moyen est trop petite pour qu'elle nous intéresse dans nos travaux ordinaires. Mais quand on possède une bonne montre, il est convenable pour ne pas altérer trop souvent son mouvement, de la régler sur le tems moyen.

En comptant 24 heures de suite sur une pendule réglée de la sorte, le tems écoulé est un jour moyen. Ainsi quand on dit que l'année tropique est de 365 jours $5^h\ 48'\ 51''$ (33. Liv. I), cela s'entend de l'année tropique *moyenne* composée de jours moyens.]

SUPPLÉMENT.

Exposition abrégée du système planétaire.

107. [A mesure que les découvertes se multiplièrent en Astronomie, on sentit davantage la nécessité de renoncer à l'hypothèse de l'immobilité absolue de la Terre, pour expliquer les diverses apparences des mouvemens des astres; aussi le système de Copernic a-t-il fini par triompher de toutes les futiles objections des partisans de cette immobilité. Ce système est appuyé sur un des faits les plus remarquables du mécanisme de la nature, savoir, que la Terre accompagnée de la Lune, ainsi que toutes les autres planètes, tournent d'occident en orient autour du Soleil, dans des orbes à peu près circulaires. Or il est prouvé en Mécanique qu'un corps, en vertu de son inertie, ne peut se donner de mouvement ni se priver de celui qu'il a reçu; il faut donc qu'une impulsion primitive ait mis les planètes en mouvement, et que de plus il existe une force qui agisse sur elles, pour les ramener sans cesse vers le centre du Soleil, sans quoi leur mouvement serait perpétuellement rectiligne. Mais l'impulsion donnée, quelle qu'ait pu en être la cause, n'ayant pas sans doute été dirigée par le centre de gra-

vité de ces corps, ils ont dû prendre en outre un mouvement de rotation, comme il arrive à un ballon lancé dans l'air. En effet l'on est parvenu à constater l'existence de ce dernier mouvement dans plusieurs des planètes et dans le Soleil même, par l'observation des taches adhérentes à leur surface.

En cherchant à connaître les lois des mouvemens planétaires, l'astronome Képler trouva qu'il en existe trois : ces lois plutôt vérifiées que démontrées d'abord, sont essentiellement liées à un principe général de la nature, dont l'importante découverte est due à Newton, savoir, que *tous les corps se comportent entr'eux comme s'ils s'attiraient mutuellement en raison directe de leurs masses, et réciproquement aux carrés de leurs distances respectives* : tel est le fondement de toutes les théories astronomiques.

Voici, en faveur de ceux qui sont familiarisés avec les élémens de mathématiques, l'énoncé des lois de Képler.

1°. *Le mouvement de la Terre, et celui de toutes les autres planètes, s'exécute dans des ellipses ayant un foyer commun occupé par le centre du Soleil.*

2°. *Les aires décrites autour du Soleil par le rayon vecteur des planètes, sont proportionnelles aux tems employés à les décrire.*

3°. *Les carrés des tems des révolutions des planètes autour du Soleil, sont entr'eux comme les cubes de leurs moyennes distances à cet astre.*

La situation d'une planète, ou son lieu dans l'espace pour un instant quelconque, dépend de sept quantités qu'on nomme *élémens du mouvement elliptique*. Deux de ces élémens déterminent la position de l'orbite de la planète; c'est d'une part la *longitude des nœuds* de cette orbite ou de ses points d'intersection avec l'écliptique, et de l'autre l'*inclinaison de l'orbite* sur ce plan. Les cinq autres élémens se rapportent au mouvement de la planète, et sont, 1°. *la durée de la révolution sidérale*; 2°. *le demi-grand axe de l'orbite*, ou la moyenne distance de la planète au Soleil; 3°. *l'excentricité de l'orbite*; 4°. *la longitude du périhélie* à une époque donnée; 5°. *la lon-*

gitude de la planète, ou son lieu dans l'orbite à la même époque.

Si les planètes étaient assez éloignées les unes des autres, ou que leurs masses fussent assez petites, pour que leur attraction réciproque fût nulle, leur mouvement elliptique autour du Soleil serait parfaitement d'accord avec les lois énoncées précédemment ; mais l'écart entre l'observation et la théorie, que l'on remarque à l'égard de certaines planètes, prouve que l'action des astres qui les avoisinent trouble un peu leur mouvement. L'effet de cette action, que l'Astronomie moderne sait mesurer, se désigne sous le nom de *perturbations du mouvement elliptique*. Les périodes de ces perturbations sont plus ou moins longues.

C'est donc aussi par suite de la gravitation universelle que les orbes planétaires éprouvent divers changemens dévoilés par des observations suivies et faites avec le plus grand soin, lesquels se manifestent dans leurs excentricités, leurs inclinaisons sur l'écliptique, ainsi que dans la position de leurs nœuds et de leurs périhélies, leurs grands axes seuls exceptés. Ces variations se nomment *inégalités séculaires*, parce qu'elles ne deviennent bien sensibles qu'après un laps de tems assez considérable.

Les planètes connues de tous tems, parce qu'on les aperçoit à la vue simple, sont *Mercure* ☿, *Vénus* ♀, *Mars* ♂, *Jupiter* ♃, *Saturne* ♄ ; mais l'on doit au télescope la découverte récente d'*Uranus* ♅, *Cérès* ⚳, *Pallas* ⚴, *Junon* ⚵, *Vesta* ⚶. C'est aussi à l'aide de ce précieux instrument qu'on a observé les satellites de quelques-unes de ces planètes. Jupiter en a quatre, Saturne sept, et de plus cette planète est entourée d'un anneau mince et presque plat, qui n'est lui-même visible que parce qu'il réfléchit la lumière du Soleil : c'est ce que prouve en effet l'ombre de cet anneau sur le disque de la planète, et celle de la planète sur la partie postérieure de l'anneau relativement au Soleil. Enfin Uranus possède six satellites. Tous les satellites tournent d'occident en orient autour de leurs planètes respectives.

Les lois de Képler, qui régissent le mouvement des planètes autour du Soleil, se manifestent dans chaque système de satellites; cependant elles sont loin, pour la Lune, de représenter les observations, parce que ce satellite est constamment troublé dans sa marche par l'action puissante du Soleil. Il est aussi des faits qui ne peuvent être constatés ou découverts que par l'analyse la plus savante. Par exemple, l'un des géomètres qui de nos jours ont enrichi le plus le domaine des sciences, a démontré que *le moyen mouvement angulaire du premier satellite de Jupiter, plus deux fois celui du troisième, est et sera toujours égal à trois fois celui du second.*

C'est encore M. Laplace qui est parvenu à cet autre résultat très-singulier, savoir, que *la longitude moyenne du premier satellite de cette même planète, moins trois fois celle du second, plus deux fois celle du troisième, est exactement égale à deux angles droits.* On tire de là, entr'autres conséquences, que les trois premiers satellites de Jupiter ne pourront jamais être éclipsés à la fois.

Les satellites, reconnus pour être des corps opaques, sont éclipsés quand ils se trouvent dans le cône d'ombre que leur planète projette derrière elle, relativement au Soleil.

La perfection donnée aux tables des deux premiers satellites de Jupiter, permet de faire servir utilement les observations de leurs éclipses à la détermination des longitudes terrestres; parce que les *immersions* et les *émersions* de ces corps célestes, sont des phénomènes subits qui, à l'aide de bonnes lunettes et de bons yeux, se remarquent au même instant physique en différens lieux de la Terre.

Les orbites de Mercure et de Vénus sont renfermées dans celle de la Terre; ces deux planètes se nomment, pour cette raison, *planètes inférieures*: elles présentent des phases semblables à celles de la Lune. Mercure est difficile à voir, parce qu'il est très-près du Soleil et que souvent il est plongé dans ses rayons. Mais Vénus, remarquable par son éclat et sa blancheur, qui surpasse celle de toutes les autres planètes, s'observe beaucoup mieux, et ses phases, vues au télescope, sont

bien plus distinctes. Cette planète s'éloigne du Soleil jusqu'à environ 48° ; elle est connue vulgairement sous le nom d'*étoile du jour* ou d'*étoile du soir*, selon qu'elle précède le lever du Soleil ou qu'elle paraît après le coucher de cet astre : on la voit quelquefois en plein jour à la vue simple.

Les passages de Mercure et de Vénus sur le disque du Soleil, dont les durées sont sensiblement différentes en divers points de la Terre, à cause de la parallaxe, ont servi à déterminer celle du Soleil, et par suite la distance de cet astre à nous. On présume que ces trois planètes ont chacune une atmosphère.

Toutes les autres planètes sont dites *supérieures*, parce que leurs orbites embrassent celle de la Terre, et que par conséquent elles s'éloignent du Soleil à toutes les distances angulaires possibles. Mars est le plus près de nous ; Jupiter vient ensuite. On aperçoit au télescope, sur les disques de ces deux planètes, diverses bandes obscures, parallèles et changeantes, ainsi que des taches qui deviennent plus ou moins apparentes. Ces changemens supposent une grande agitation à la surface de ces corps ou dans leur atmosphère, puisque, malgré l'énorme distance à laquelle ils s'effectuent par rapport à nous, ils sont encore sensibles.

Mars présente aussi des phases, mais sous forme oblongue : celles de Jupiter sont insensibles à cause de son grand éloignement du Soleil et de la Terre. On a en outre observé dans Mercure, Vénus, Mars, Jupiter et Saturne, un mouvement de rotation d'occident en orient, et à peu près dans le plan de leurs orbites.

Saturne, bien moins brillant que Jupiter, était, avant la découverte d'Uranus, aux confins du système planétaire. Il est surtout remarquable par son anneau, dont il est entièrement détaché : son disque paraît toujours rond ; mais l'anneau situé dans le plan de l'équateur de la planète, et qui, à cause de son obliquité, paraît ordinairement elliptique, cesse d'être visible quand il se présente à nous de profil, ou du moins on ne l'aperçoit alors, à l'aide d'une forte lunette, que comme

un filet lumineux : on croit même que cet anneau est composé de deux couronnes isolées.

La rotation de l'anneau et celle de la planète sont de même durée, et ont lieu d'occident en orient.

La planète Uranus, découverte en 1781, a pu être prise souvent pour une étoile, à cause de son peu d'éclat, de sa petitesse et de la lenteur de son mouvement. Elle décrit en 84 ans un orbe qui comprend ceux de toutes les autres planètes. L'analogie porte à croire qu'elle est opaque, et qu'elle tourne aussi sur elle-même ; mais jusqu'à présent on n'a pu en acquérir la preuve certaine.

Les autres planètes découvertes plus récemment encore, sont *Cérès*, *Pallas*, *Junon* et *Vesta* (2 Liv. 1). On ne les aperçoit même très-difficilement, qu'avec une très-bonne lunette, et c'est pour cette raison qu'elles ne peuvent intéresser que les astronomes. Leurs orbites sont comprises entre celles de Mars et de Jupiter.

Voici maintenant un Tableau de la durée des mouvemens de toutes ces planètes, de leurs distances au Soleil et de leur grosseur relative.

NOMS DES PLANÈTES.	DURÉES de leurs révolutions sidérales.	DISTANCES moyennes AU SOLEIL.
☿ Mercure	87j,969	0,387
♀ Vénus	224,701	0,723
⊕ La Terre....	365,256	1,000
♂ Mars.....	686,980	1,524
♃ Jupiter.....	4332,596	5,203
♄ Saturne.....	10758,970	9,539
♅ Uranus.....	30688,713	19,183
⚳ Cérès.....	1681,539	2,767
⚴ Pallas.....	1681,709	2,768
⚵ Junon.....	1590,998	2,667
⚶ Vesta.....	1335,205	2,373

	Diamètre planétaire, celui de la Terre étant 1.	Volumes, celui de la Terre étant 1.	Durée des rotations des Planètes.
Le Soleil ☉.	109,93	1328460,	25j,500
Mercure	0,39	0,1	1,000
Vénus.....	0,97	0,9	0,973
La Terre...	1,00	1,0	0,997
Mars.....	0,56	0,2	1,027
Jupiter.....	11,56	1470,2	0,414
Saturne.....	9,61	887,3	0,428
Uranus.....	4,26	77,5	.....
La Lune ☾..	0,27	$\frac{1}{49}$	27,322

On se rappellera que les mouvemens autour du Soleil, et ceux de rotation s'effectuent d'occident en orient.

Satellites de Jupiter.	
Distances moyennes, le diamètre de la planète étant 1.	Durées des révolutions.
1er satellite..... 5,8130	1j,7691
2e..... 9,2487	3,5512
3e..... 14,7524	7,1546
4e..... 25,9469	16,6888
Satellites de Saturne.	
1er satellite..... 3,08	0j,943
2e..... 3,95	1,370
3e..... 4,89	1,888
4e..... 6,27	2,739
5e..... 8,75	4,517
6e..... 20,30	15,945
7e..... 59,15	79,330
Satellites d'Uranus.	
1er satellite..... 13,12	5j,893
2e..... 17,02	8,707
3e..... 19,85	10,961
4e..... 22,75	13,456
5e..... 45,51	38,075
6e..... 91,01	107,694

On voit par la troisième colonne de la première partie de ce Tableau, que la distance moyenne de la Terre au Soleil est prise pour unité. On exprimera en rayons terrestres les distances renfermées dans cette colonne, en les multipliant par 23578, nombre qui exprime également en rayons terrestres, la distance de la Terre au Soleil; et si on multiplie en outre ces produits par la valeur du rayon de la Terre, qui est égal à 6375710 mètres, on aura ces mêmes distances en mètres.

Des Comètes.

108. Quoique les comètes, dont l'apparition est de peu de durée, soient des corps qui traversent dans toutes les directions notre système planétaire, cependant elles peuvent être censées en faire partie; puisqu'elles se meuvent toutes, sinon dans des orbites elliptiques très-allongées, du moins dans des sections coniques dont le Soleil est au foyer commun, et qu'elles sont en outre, comme toutes les planètes, soumises aux lois de Képler.

La nébulosité qui enveloppe le noyau de la comète et le rend confus, paraît être son atmosphère. A mesure que cet astre s'approche du Soleil, la matière qui compose cette nébulosité se volatilise probablement de plus en plus par l'action de la chaleur solaire, et forme cette traînée de vapeur lumineuse et transparente, connue sous le nom de *queue*, laquelle est toujours opposée au Soleil. Mais ce n'est pas là le caractère distinctif des comètes, car il en est qui se sont montrées sans ce phénomène.

La comète très-remarquable de 1680 est celle qui s'est approchée le plus du Soleil. A son périhélie elle en fut 166 fois plus proche que nous; il est donc naturel de penser que la chaleur qu'elle éprouva fut 27556 fois plus forte que celle qui est transmise à la Terre, dans l'hypothèse que son action s'exerce en raison inverse du carré des distances.

Dans les tems d'ignorance et de superstition, et même chez les peuples très-civilisés, les comètes, ainsi que les éclipses de Soleil et de Lune, étaient regardées comme les signes des plus grandes calamités. En 1773, la France même, saisie d'une vaine frayeur, crut à la fin prochaine du monde, parce que Lalande, dans un Mémoire qu'il venait de publier, indiquait celles des comètes observées qui peuvent le plus approcher de la Terre. Il pensait en outre que, par l'effet des perturbations planétaires, quelques-unes pourraient bien, à leur retour, la rencontrer et produire une terrible catastrophe. Cependant la comète de 1770 qui, à cause de sa grande proximité de nous,

devait être la plus redoutable, n'a plus reparu, quoique les astronomes lui eussent assigné une période de 5 ans et demi environ; ainsi les perturbations qu'elle a dû éprouver ont changé considérablement les dimensions de son orbite; mais fût-elle revenue plus près de nous, il y aurait eu des millions de probabilités contre tout événement funeste.

La difficulté de prédire d'une manière certaine le retour d'une comète, tient à celle de déterminer rigoureusement les élémens de son orbe. La comète de 1456 est encore la seule qui ne laisse aucun doute à cet égard : elle reparaîtra en 1835; sa période est de 76 ans environ.]

LIVRE TROISIÈME.

Contenant différens Problèmes sur la Sphère, qui ne supposent que la Trigonométrie rectiligne.

1. Nous commencerons par le problème où il s'agit de tracer une méridienne sur un plan horizontal. La ligne méridienne d'un plan horizontal est l'intersection de ce plan et du méridien : ainsi la méridienne, prise en ce sens, est une ligne droite qui est dirigée du sud au nord. Mais si l'on considère cette ligne sur la surface de la Terre, c'est une circonférence ou une demi-circonférence que l'on conçoit sur cette surface, laquelle passe par les deux pôles de la Terre. Si l'on concevait ces deux lignes prolongées indéfiniment, celle qui serait dans le plan horizontal s'éleverait au-dessus de l'autre; mais si on prend seulement une partie de la première qui n'ait que quelques toises de longueur, elle ne s'élevera pas, au moins sensiblement, au-dessus de la seconde, à cause de la grosseur de la Terre. Voici une méthode fort facile pour tracer une méridienne sur un plan horizontal.

PROBLÈME PREMIER.

2. *Tracer une ligne méridienne sur un plan horizontal.*

Il faut d'abord s'assurer si le plan sur lequel on veut tracer cette ligne est véritablement horizontal, au moins dans l'endroit sur lequel on voit à peu près qu'elle doit être, et sur lequel on marquera les points dont nous parlerons ensuite : or on connaît qu'un plan est horizontal en appliquant une bonne règle à ce plan, sur laquelle on pose un niveau, soit d'air, soit d'une autre espèce, ou en y versant un peu d'eau.

1°. On choisira un point, comme C (fig. 7), sur le plan duquel on tracera plusieurs circonférences ou arcs concentriques, tels que AB, *ab* : après quoi l'on plantera au centre C un style perpendiculaire, qui ait environ un pied de hauteur, et dont l'extrémité supérieure soit une petite boule, afin que son ombre soit à très-peu près ronde, ou une pointe un peu

émoussée, pour que l'ombre soit sensible. (Cette extrémité supérieure s'appelle le *sommet* du style, et le point C du plan qui répond perpendiculairement au sommet se nomme le *pied* du style). 2°. On prendra garde, avant midi, quand l'ombre tombera sur un point, comme A, d'une circonférence décrite, et on marquera ce point avec un poinçon. (Il est à propos que la circonférence soit assez écartée du centre, pour que cette ombre s'y termine deux ou trois heures avant midi). On observera, l'après-midi, quand l'ombre se terminera à la même circonférence, et on marquera aussi le point que nous appelons B. 3°. On divisera l'arc BA en deux parties égales, et du point du milieu D on tirera une ligne droite au point C, ce sera la ligne méridienne; de sorte que, dans le cours de l'année, il sera midi chaque jour, quand l'ombre du style tombera sur cette ligne.

Démonstration. Puisqu'aux deux instans où l'on a marqué les deux points d'ombre A et B, l'ombre du style était égale, il s'ensuit que le Soleil était de part et d'autre à la même hauteur sur l'horizon; ainsi les deux verticaux désignés par AC et BC, auxquels le Soleil répondait, sont à égale distance du méridien : par conséquent, en coupant l'arc AB en deux parties égales, le point du milieu D sera un des points de la méridienne; mais d'ailleurs le point C, qui est le centre du cercle et le pied du style, est aussi un point de la méridienne, puisqu'il représente le zénith par lequel le méridien passe nécessairement : ainsi, en tirant une ligne du point D au point C, ce sera la méridienne cherchée.

3. Remarques. 1°. Pour élever un style perpendiculaire, on peut se servir d'un aplomb, c'est-à-dire d'un poids de plomb, ou plutôt de cuivre, suspendu par un fil : car si, en tenant le fil-à-plomb auprès du style, le fil qui soutient le poids est parallèle au style, c'est une marque qu'il est perpendiculaire à l'horizon; puisque la direction du poids tendant au centre de la Terre, doit être perpendiculaire à l'horizon.

4. 2°. Il est à propos de tracer plusieurs circonférences, et de marquer sur chacune deux points auxquels s'est terminée

l'ombre du style : puis on divisera par le milieu chacun des arcs compris entre deux points correspondans du même cercle, afin de s'assurer de l'exactitude de l'opération; car si la ligne qui passe par le centre et le milieu d'un des arcs, passe aussi par le milieu des autres arcs, c'est une marque que l'on a bien opéré; mais si cette ligne ne passe pas par le milieu des autres arcs, on jugera qu'il s'est glissé quelque erreur dans l'opération; dans ce cas l'on prendra les points qui s'accordent le mieux.

5. 3°. On ne doit pas craindre l'effet de la réfraction causée par l'atmosphère, parce qu'elle augmente la hauteur apparente du Soleil de la même quantité, dans les deux instans où l'on marque les deux points d'ombre.

6. 4°. Au lieu du style perpendiculaire que l'on appelle *style droit*, il est plus commode de se servir d'un style oblique, et même courbe; et alors le centre duquel on doit décrire des circonférences concentriques, est le point du plan sur lequel tombe la perpendiculaire tirée de l'extrémité ou du sommet du style. C'est ce point qu'on appelle le *pied du style*. Or on peut trouver le pied du style oblique, ou même courbe, avec un fil-à-plomb qui soit terminé en bas par une pointe, laquelle répond précisément à la direction du fil; car si on tient le plomb de manière que cette ficelle passe par le sommet du style, et qu'on laisse descendre lentement le plomb jusqu'à ce que la pointe touche le plan horizontal, le point de ce plan, auquel aboutit la pointe du plomb, est le pied du style. Cette méthode est particulière au plan horizontal; on en peut voir d'autres pour toutes sortes de plans, dans les *Traités de Gnomonique*.

7. 5°. Comme il est assez difficile d'apercevoir distinctement l'ombre du sommet du style, surtout lorsque ce style est un peu long, par exemple de deux ou trois pieds, alors on attache une plaque percée au bout du style, et on la met dans une situation à peu près parallèle à l'horizon : dans ce cas, le pied du style se détermine par rapport au centre de ce trou, c'est-à-dire que ce pied du style est le point du plan qui répond perpendiculairement au centre du trou, et la lumière qui y passe sert au même usage que l'ombre de l'extrémité du style.

8. 6°. Si on mène par le centre C la ligne OV perpendiculaire à la méridienne, elle désignera le premier vertical, lequel est perpendiculaire au méridien; et une de ses extrémités montrera le vrai orient, et l'autre le vrai occident, c'est-à-dire les points où le Soleil se lève et se couche dans le tems des équinoxes.

9. 7°. La méthode précédente suppose que la déclinaison du Soleil ne change pas, au moins sensiblement, dans l'intervalle qui est entre les instans où l'on marque les deux points d'ombre; ce qui n'est cependant vrai qu'aux solstices, et environ 15 ou 20 jours avant ou après; c'est pourquoi cette méthode des *hauteurs correspondantes* n'est bien exacte que dans ce tems; mais, vers l'équinoxe, la déclinaison change sensiblement dans l'espace de 6 ou 7 heures, et il arrive de là que si le Soleil va du tropique du Cancer à celui du Capricorne, il est plus élevé dans la sphère boréale avant midi qu'après, quand il est de part et d'autre à la même distance du méridien; et par conséquent l'ombre du style est plus courte le matin que le soir, dans les momens également éloignés de midi: ainsi, en prenant des ombres égales du style, la ligne qu'on tirerait du milieu de l'arc AB au centre, ne serait pas la vraie méridienne; elle s'en écarterait un peu vers le point marqué avant midi, parce que le second point B ne serait pas assez éloigné de A: cette méthode n'a donc pas toute la justesse qu'on peut desirer, lorsqu'on s'en sert au tems des équinoxes.

10. Mais on peut corriger cette petite erreur par le moyen de la Table suivante, tirée des anciens volumes de la *Connaissance des Tems*. Cette Table a été calculée pour Paris; mais elle peut servir, sans erreur sensible, pour les lieux qui ont un ou deux degrés de latitude de plus ou de moins. Il y a une Table plus rigoureuse et plus étendue dans l'*Astronomie* de Lalande.

Cette correction est soustractive dans les signes ascendans, c'est-à-dire depuis le 22 de décembre jusqu'au 22 de juin, soit que la déclinaison soit septentrionale ou méridionale: elle s'ajoute en été et en automne, qui répondent aux signes descendans.

TABLE *de la correction qu'il faut faire, quand on trace une Méridienne par des points d'ombre pris à des hauteurs correspondantes du Soleil, dans des jours où sa déclinaison varie sensiblement.*

Heures entre les Observations		10h.	9h.	8h.	7h.	6h.	5h.	4h.
	Deg.	Sec.	Sec.	Sec.	Sec.	Sec.	Sec.	Sec.
Déclinaison septentrionale.	23	8	8	6	6	6	6	6
	21	20	18	16	14	14	12	12
	20	22	20	18	16	16	14	14
	19	26	22	20	18	18	16	16
	18	28	26	22	22	20	18	18
	16	32	30	26	26	24	22	20
	14	36	32	30	28	26	24	24
	12	38	36	32	30	28	28	26
	10	40	38	34	32	30	30	28
	9	42	39	36	34	32	31	30
	7	43	40	38	36	34	32	31
	5	44	41	39	37	36	34	32
	3	45	42	40	38	37	36	34
	1	46	43	41	39	38	37	36
Déclinaison méridionale.	1		44	42	40	39	38	37
	3		44	42	40	40	38	38
	5		44	42	40	40	38	38
	7			42	40	40	38	38
	9			42	40	39	38	38
	10			40	40	38	38	38
	12				38	37	38	37
	14				38	36	36	36
	16					34	34	34
	18					30	30	30
	19					28	28	28
	20					26	26	26
	21						22	22
	23						10	10

Ajoutez la correction dans les signes descendans, et ôtez-la dans les ascendans.

11. Il faut avoir une pendule ou une montre qui marque au moins les minutes, pour faire usage de cette Table de la manière suivante. On suppose qu'on veuille tracer une méridienne par la méthode prescrite ci-dessus, en un jour où la déclinaison du Soleil est d'environ 5 degrés vers le septentrion, et que les deux instans où l'on a marqué les points A et B sont séparés par un intervalle de 7 heures : comme la déclinaison du Soleil est supposée d'environ 5 degrés vers le septentrion, je cherche dans la Table quel est le nombre qui répond au cinquième degré de déclinaison septentrionale dans la colonne qui est sous 7^h, et je trouve 36″, qui est un peu plus d'une demi-minute : ainsi j'attends environ 36″ depuis l'instant où j'ai marqué le point B, et à la fin de ces 36″ je marque le point F à l'endroit où l'ombre du style coupe alors la circonférence; et si le Soleil est dans les signes descendans, c'est-à-dire, depuis le 22 juin jusqu'au 22 décembre, il faudra diviser l'arc AF, et non pas l'arc AB, en deux parties égales, et tirer la méridienne du point de division au centre. Mais si le Soleil est dans les signes ascendans, après avoir marqué le point F, comme nous venons de le dire, on prendra le point G de l'autre côté de B, qui en soit aussi éloigné que F; puis on divisera AG en deux parties égales, afin de tirer la méridienne du point de division au centre.

Nous enseignerons dans la suite la manière de tracer une méridienne, par un seul point d'ombre du sommet du style dont on connaît le pied : cette méthode suppose le calcul de la Trigonométrie sphérique. On peut voir aussi, dans le quatrième Livre *de la Gnomonique*, comment il faut opérer pour tracer une méridienne dans une chambre sur le parquet ou sur les carreaux, quand on attache au côté d'une fenêtre une plaque de cuivre ou de fer percée d'un trou, pour laisser passer l'image du Soleil.

PROBLÈME II.

12. *Trouver la hauteur d'un astre, et principalement du Soleil sur l'horizon.*

L'instrument le plus ordinaire pour faire cette opération

est un quart de cercle d'un ou de deux pieds de rayon. Il est suspendu à une verge de fer dans une situation verticale, comme on voit le quart de cercle ACB de la fig. 8, qui a un poids D soutenu par le fil CED qui touche le limbe du quart de cercle dans l'endroit E. Il faut diriger la lunette AC attachée au rayon du quart de cercle, de manière que le fil horizontal de la lunette réponde au bord inférieur ou supérieur du Soleil, et paraisse comme une tangente de ce bord : je dis que l'arc EB du quart de cercle sera la mesure de la hauteur du bord du Soleil.

Pour le prouver il faut concevoir la ligne horizontale HR qui passe par le centre C de l'instrument, et la verticale CZ qui est dans la direction du fil qui soutient le poids. Cela posé, l'angle ZCR est droit, parce que la verticale CZ est perpendiculaire à l'horizontale HR : de même l'angle ACB est droit, à cause de l'arc AB, que l'on suppose être le quart de la circonférence : ainsi ces deux angles ZCR et ACB sont égaux entr'eux. Or l'angle ZCS est égal à l'angle ACE, parce qu'ils sont opposés au sommet ; donc l'angle SCR est égal à l'angle ECB ; mais l'arc EB est la mesure de ce dernier angle ; donc il est aussi la mesure de l'autre SCR, lequel est la hauteur du bord du Soleil sur l'horizon. Or, si l'on ajoute le demi-diamètre du Soleil que l'on connaît, à la hauteur du bord inférieur qui paraît supérieur dans la lunette, ou si l'on retranche ce demi-diamètre de la hauteur du bord supérieur, la somme ou la différence sera la hauteur du centre du Soleil.

Comme les hauteurs méridiennes des astres, et surtout du Soleil, sont les plus nécessaires dans l'Astronomie, on a coutume d'attacher un quart de cercle à un mur, ensorte que le plan de ce quart de cercle soit dans celui du méridien, et alors on prend la hauteur méridienne des astres avec une très-grande facilité ; il y a un *mural* de sept pieds et demi de rayon dans l'Observatoire de l'École militaire, à Paris, et dans plusieurs autres observatoires de l'Europe.

13. On peut aussi trouver la hauteur du Soleil par la longueur de l'ombre du style ou d'un autre corps, par exemple d'une pyramide ou d'un obélisque élevé perpendiculairement sur l'horizon, pourvu que l'on connaisse la hauteur du style et

la longueur de l'ombre, que je suppose tomber sur un plan horizontal. On comprendra cela aisément par la fig. 9, dans laquelle AP représente la hauteur du style, SAB le rayon du Soleil qui rase le sommet du style. La ligne horizontale PB est la longueur de l'ombre du style, et l'angle ABP est la hauteur du Soleil. Il s'agit donc de trouver la valeur de cet angle dans le triangle rectangle ABP. Or pour cela, on considérera BP comme sinus total, dont le centre est B, et pour lors la hauteur AP sera la tangente de l'angle ABP : ainsi on fera la proportion suivante : *La longueur de l'ombre* BP *est à la hauteur* AP *du style, comme le sinus total est à la tangente de l'angle* B, *qui est la hauteur du Soleil.*

Si la longueur de l'ombre contient 180 parties, la hauteur du style 168, et qu'on veuille se servir des logarithmes, les trois premiers termes de la proportion arithmétique seront 2,25527; 2,22531; 10,00000; ainsi la somme des moyens sera 12,22531, de laquelle ôtant le premier terme, on trouvera le reste 9,97004, qui est un peu moins que le logarithme de la tangente de 43° 2′; ainsi, dans notre hypothèse, la hauteur du Soleil sur l'horizon est presque de 43° 2′. Dans cet exemple on a retranché les deux derniers chiffres des logarithmes, qui ne sont pas nécessaires dans ces sortes d'opérations.

Les anciens se servaient souvent de ces obélisques, qu'ils nommaient *gnomons*, pour trouver la hauteur méridienne du Soleil : c'est pourquoi ils traçaient une ligne méridienne qui passait par le pied du gnomon, c'est-à-dire par le point du plan horizontal qui répondait à plomb sous le sommet, et ils prenaient la longueur de l'ombre lorsqu'elle tombait sur la méridienne, afin d'avoir la hauteur du Soleil à midi.

14. On peut voir dans notre *Traité de Gnomonique*, la manière de trouver la hauteur du Soleil par un style attaché à un plan vertical, ou même incliné à l'horizon : mais quand la hauteur du style n'est que d'environ un ou deux pieds, il est difficile de ne pas se tromper de quelques minutes dans la détermination de la hauteur du Soleil.

15. [D'ailleurs, comme l'expérience a prouvé que les rayons de lumière qui traversent obliquement les couches atmosphé-

riques, s'infléchissent de plus en plus vers la surface de la Terre, nous ne voyons les astres que dans les directions des tangentes aux courbes que leurs rayons lumineux décrivent pour arriver jusqu'à nous, et ils nous paraissent par conséquent plus élevés qu'ils ne le sont réellement. Cet effet se nomme *réfraction*. Il faut donc, afin d'y avoir égard, diminuer la hauteur du Soleil, trouvée à l'aide d'un quart de cercle ou de l'ombre d'un style, ou de tout autre instrument, d'une quantité marquée par la Table suivante.]

TABLE DES RÉFRACTIONS.

Haut. appar.	Réfract.	Haut. appar.	Réfract.	Haut. appar.	Réfract.	Haut. appar.	Réfract.
0°	32′ 54″	24°	2′ 7″	48°	0′ 51″	72°	0′ 18″
1	24 24	25	2 1	49	0 49	73	0 17
2	18 31	26	1 56	50	0 47	74	0 16
3	16 32	27	1 51	51	0 46	75	0 15
4	11 48	28	1 46	52	0 44	76	0 14
5	9 51	29	1 42	53	0 42	77	0 13
6	8 25	30	1 38	54	0 41	78	0 12
7	7 20	31	1 34	55	0 40	79	0 11
8	6 28	32	1 31	56	0 38	80	0 10
9	5 48	33	1 27	57	0 37	81	0 9
10	5 14	34	1 24	58	0 35	82	0 8
11	4 46	35	1 21	59	0 34	83	0 7
12	4 22	36	1 18	60	0 33	84	0 6
13	4 2	37	1 16	61	0 32	85	0 5
14	3 45	38	1 13	62	0 30	86	0 4
15	3 30	39	1 10	63	0 29	87	0 3
16	3 16	40	1 18	64	0 28	88	0 2
17	3 4	41	1 5	65	0 26	89	0 1
18	2 53	42	1 3	66	0 25	90	0 0
19	2 44	43	1 1	67	0 24		
20	2 35	44	0 59	68	0 23		
21	2 27	45	0 57	69	0 22		
22	2 20	46	0 55	70	0 20		
23	2 13	47	0 55	71	0 19		

Cette Table fait connaître que quand la hauteur apparente du Soleil ou d'un astre quelconque paraît nulle ou zéro, c'est-à-dire lorsque son centre est vu à l'horizon, il est encore 32′ 54″ au-dessous de ce cercle; c'est ce qu'on appelle la *réfraction horizontale*. Quand sa hauteur apparente est d'un degré, sa hauteur véritable est seulement de 35′36″, moindre que l'apparente de 24′ 24″: de même, quand il paraît élevé de 2°, il ne l'est réellement que de 1°41′29″, parce que la réfraction est de 18′31″, etc. On voit donc que cette Table marque ce qu'il faut retrancher de la hauteur qu'on aura trouvée par l'observation, afin d'avoir la hauteur véritable; par conséquent si l'on a trouvé, par l'observation, que la hauteur apparente du Soleil est, par exemple, de 22° 50′, il faudra chercher dans la Table quelle est la réfraction qui répond à cette hauteur, ou plutôt à celle qui en approche le plus, laquelle est de 23°, et on trouvera que c'est 2′ 13″; il faut donc retrancher cette quantité de 22° 50′, et le reste 22° 47′ 47″ sera la hauteur véritable du Soleil, quand il paraît élevé de 22° 50′.

[On doit remarquer cependant que tout ceci suppose les réfractions constantes; mais c'est ce qui n'a pas lieu dans la nature, puisqu'on s'est assuré, par des observations faites avec beaucoup d'exactitude, qu'elles changent sensiblement quand l'atmosphère passe par différens états, c'est-à-dire quand elle devient plus ou moins épaisse ou plus ou moins chaude; circonstances indiquées par le baromètre et le thermomètre, et auxquelles il importe d'avoir égard dans les observations délicates.]

16. Lorsqu'on connaît la déclinaison du Soleil à midi, et la hauteur de l'équateur, qui est le complément de l'élévation du pôle, il est aisé d'en conclure la hauteur méridienne du Soleil; car 1°. si la déclinaison du Soleil est nulle, c'est-à-dire s'il répond à l'équateur, il est clair que sa hauteur à midi est égale à celle de l'équateur, puisqu'il est pour lors à la partie la plus élevée de ce cercle. 2°. Si cette déclinaison est du côté du pôle élevé, la hauteur méridienne du Soleil surpassera celle de l'équateur d'une quantité égale à cette déclinaison; ainsi la hauteur du Soleil sera égale à la somme de celle de

l'équateur et de la déclinaison. 3°. Enfin si la déclinaison du Soleil est vers le pôle abaissé, sa hauteur sera moindre que celle de l'équateur, d'une quantité égale à la déclinaison; c'est-à-dire que la hauteur méridienne du Soleil sera égale à la différence, qui est l'excès de la hauteur de l'équateur sur la déclinaison.

17. Tout cela s'entendra aisément par la fig. 10, dans laquelle le cercle HZR*p* représente le méridien; HR l'horizon, AT l'équateur : ainsi la hauteur de l'équateur sur l'horizon est AH, qui est aussi celle du Soleil, s'il répond au point A, c'est-à-dire à l'intersection du méridien et de l'équateur : mais si la déclinaison du Soleil est vers le pôle élevé P et qu'elle soit marquée par AS, la hauteur méridienne sera SH, qui est la somme de celle de l'équateur et de la déclinaison. Enfin si la déclinaison est vers le pôle abaissé *p*, et qu'elle soit désignée par A*s*, la hauteur méridienne sera *s*H, qui est la différence de la hauteur AH de l'équateur et de la déclinaison.

18. Quand le lieu pour lequel on cherche la hauteur méridienne du Soleil est situé dans la zône torride, il peut arriver que la somme de la déclinaison du Soleil et de la hauteur de l'équateur soit plus grande qu'un quart de cercle ; dans ce cas la hauteur méridienne du Soleil est égale au supplément de cette somme, ou ce qui lui manque pour faire 180°.

Supposons, par exemple, que l'élévation de l'équateur soit de 84°, et que la déclinaison du Soleil vers le pôle élevé soit de 20°, la somme sera 104°, dont le supplément 76 sera la hauteur méridienne du Soleil ; car il est évident que si la déclinaison du Soleil avait été seulement de 6°, et que par conséquent la somme dont il s'agit eût été de 90°, le Soleil à midi aurait été au zénith : donc cette somme étant plus grande que 90°, la hauteur méridienne doit être de l'autre côté, et moindre que 90°; pour lors cette hauteur et la somme trouvée contiennent la demi-circonférence du méridien ; c'est-à-dire que cette hauteur est le supplément de la somme.

Nous donnerons, dans le quatrième Livre, une méthode pour trouver la hauteur du Soleil à tous les instans du jour, pourvu qu'on connaisse sa déclinaison et la hauteur du pôle. Ce problème appartient à la Trigonométrie sphérique.

PROBLÈME III.

19. *Trouver la hauteur du pôle sur l'horizon.*

1°. On choisit une belle nuit d'hiver pendant laquelle quelqu'une des étoiles qui sont assez près du pôle élevé pour qu'elles soient toujours sur l'horizon, passe deux fois par le méridien, et l'on observe quelle est la hauteur méridienne de cette étoile lorsqu'elle passe directement au-dessus du pôle, et quelle est aussi sa hauteur méridienne quand elle passe au-dessous : la première de ces hauteurs est la plus grande que puisse avoir l'étoile, et la seconde est la plus petite. 2°. On ôte celle-ci de la première, et l'on partage en deux également le reste ou la différence. 3°. On ajoute la moitié du reste à la petite hauteur, ou bien on la retranche de la plus grande, et la somme ou la différence est la hauteur du pôle. Supposons que la plus grande hauteur de l'étoile, corrigée de la réfraction, soit de 55°, et que la plus petite soit de 43 ; on ôtera 43 de 55, et on prendra la moitié du reste 12, c'est-à-dire que l'on ajoutera 6 à 43, ou que l'on retranchera de 55 ; la somme ou la différence 49 sera la hauteur du pôle.

[Plus simplement, prenez la demi-somme des deux hauteurs observées et corrigées chacune de la réfraction (art. 15), vous aurez la hauteur du pôle cherchée.]

Voici la raison de cette pratique : toutes les étoiles semblent tourner autour du pôle comme centre : par conséquent, si une étoile qui est toujours sur l'horizon est dans sa plus grande hauteur, alors elle est plus élevée que le pôle même, d'une quantité égale au rayon du petit cercle que l'étoile décrit autour du pôle. (Nous appelons ici rayon du petit cercle, l'arc d'un grand cercle compris entre le centre du petit et sa circonférence.) Mais lorsque l'étoile est dans sa moindre hauteur, elle est moins élevée que le pôle de la même quantité, savoir, d'un rayon du même cercle. Ainsi la différence entre la plus grande et la moindre hauteur de l'étoile est le diamètre de la circonférence qu'elle parcourt autour du pôle. Si donc on retranche la moindre hauteur de la plus grande, le reste sera l'arc du

méridien égal au diamètre du cercle de l'étoile. Ainsi la moitié de ce reste est le rayon du même cercle, ou la distance de l'étoile au pôle : par conséquent, si l'on ajoute cette moitié à la plus petite hauteur, ou qu'on l'ôte de la plus grande, la somme ou la différence sera la hauteur du pôle sur l'horizon.

20. Cela s'entendra mieux par la fig. 10, dans laquelle le cercle HZRT représente le méridien, HR l'horizon, P le pôle élevé, FG*f* la moitié de la circonférence qu'une étoile décrit autour du pôle. Lorsque l'étoile est au point F du méridien, elle est à sa plus grande hauteur FR, et pour lors elle est plus élevée que le pôle P, de la quantité FP, qui est le rayon du demi-cercle FG*f* : mais quand l'étoile est au point *f*, elle est à sa plus petite hauteur *f*R, qui est moindre que celle du pôle, de la quantité *f*P, laquelle est aussi rayon du demi-cercle FG*f*. Ainsi la différence entre la plus grande hauteur FR et la plus petite *f*R, est l'arc FP*f*, qui est le diamètre du cercle que décrit l'étoile. Or il est évident que si on ajoute la moitié *f*P de cet arc à la moindre hauteur *f*R, ou que l'on retranche l'autre moitié FP de la plus grande hauteur FR, la somme ou la différence PR sera la hauteur du pôle.

[Lorsqu'on desire mettre beaucoup de précision dans cette recherche, il faut répéter avec soin l'observation précédente, sur plusieurs étoiles circompolaires; et si les résultats diffèrent entr'eux, ce qui a presque toujours lieu, on en fait une somme qu'on divise par leur nombre; alors le quotient est une *moyenne* arithmétique ou un résultat *moyen* qui exprime la hauteur du pôle la plus probable. C'est ainsi qu'on opère dans toutes les circonstances où l'on veut approcher de la vérité autant qu'il est possible.]

21. Puisque la latitude du lieu est toujours égale à la hauteur du pôle (Liv. II, art. 16), il s'ensuit que l'on connaîtra cette latitude par le même moyen : mais on peut aussi connaître la latitude, pourvu que l'on connaisse la déclinaison du Soleil ou sa distance à l'équateur. Or on peut calculer cette déclinaison avec des tables astronomiques : d'ailleurs on peut la trouver dans les *Ephémérides*, qui donnent pour chaque jour

de l'année le mouvement et la situation des astres : on pourra aussi se servir pour cet effet des tables du quatrième Livre de la Gnomonique. Cela posé, voici comment on trouvera la latitude.

22. Qu'on observe la distance méridienne du Soleil au zénith; et si la déclinaison est vers le pôle élevé, on l'ajoutera à cette distance du Soleil, ou plutôt du centre du Soleil au zénith, la somme sera la latitude; mais si la déclinaison est vers le pôle abaissé, il faudra la retrancher de cette distance au zénith, la différence sera la latitude. La raison de cette pratique est évidente; car, 1°. quand le Soleil décline vers le pôle élevé, il se trouve à l'instant de midi, sur le méridien entre l'équateur et le zénith : c'est pourquoi la latitude, qui est la distance depuis l'équateur jusqu'au zénith, est égale à la déclinaison du Soleil, plus à sa distance méridienne au zénith, c'est-à-dire à l'arc de méridien compris entre l'équateur et le centre du Soleil, plus l'autre arc du même cercle compris entre ce centre et le zénith. Ainsi, pour avoir la latitude, il faut ajouter cette déclinaison à la distance méridienne du Soleil au zénith. 2°. Mais lorsque le Soleil décline vers le pôle abaissé, sa distance méridienne au zénith est plus grande que la latitude, savoir, de toute la déclinaison du Soleil : ainsi, pour avoir dans ce cas la latitude, il faut retrancher la déclinaison du Soleil de sa distance au zénith.

Dans la fig. 10, l'équateur est AT, le lieu du Soleil S ou *s*, le zénith Z; ainsi la déclinaison du Soleil vers le pôle élevé P est AS, la déclinaison vers le pôle abaissé *p* est A*s*, la distance du Soleil au zénith est SZ ou *s*Z; enfin la latitude est AZ. Or il est évident qu'en ajoutant AS à SZ, ou qu'en ôtant A*s* de *s*Z, on aura la latitude AZ.

23. S'il s'agit d'un lieu placé dans la zone torride, il y aura une exception à faire dans le premier cas de cette méthode, lorsque la déclinaison du Soleil vers le pôle élevé sera plus grande que la latitude du lieu; car il faudrait alors retrancher de cette déclinaison la distance méridienne du Soleil au zénith, le reste sera la latitude : par exemple, si la déclinaison du

Soleil vers le pôle élevé est de 16 degrés, et que sa distance méridienne au zénith soit de 5 degrés, il faudra ôter 5 de 15, et le reste 10 degrés sera la latitude du lieu. Pour pratiquer cette méthode dans ces circonstances, il faut déjà connaître à peu près la latitude, afin de savoir si la déclinaison du Soleil est plus grande. On pourrait aussi s'assurer que la déclinaison du Soleil est plus grande que la latitude, en observant plusieurs jours la distance méridienne du Soleil au zénith : car si la déclinaison augmente, cette distance doit aussi augmenter de la même quantité ; et si elle diminue, la distance diminue également.

[Il est utile, cependant, de faire remarquer que cette méthode de déterminer la hauteur du pôle par les observations méridiennes du Soleil, n'a pas toute la précision requise, parce que ces observations sont censées faites au centre de la Terre. Or il est évident qu'à cause que la distance du Soleil à nous est comparable au rayon de notre globe, quoique cette distance soit de 35 millions de lieues environ, la distance angulaire ZAS du Soleil au zénith (fig. *E*) prise de la surface de la Terre, est plus grande que la distance ZCS qui serait observée du centre même, et cela de tout l'angle S formé par les deux droites menées du centre du Soleil à celui de la Terre et au lieu de l'observateur. Cet angle qui représente la *parallaxe* du Soleil est à peu près de 8″,5 de degré, lorsque cet astre est à l'horizon, en S′, par exemple. La parallaxe du Soleil se trouvant toute calculée dans les Tables de logarithmes de Callet, pour différentes hauteurs observées et différentes époques de l'année, on pourra en faire usage pour résoudre le problème actuel avec plus d'exactitude, et quand l'instrument qui mesure les hauteurs donnera lui-même des secondes de degré.

Les étoiles, qui sont beaucoup plus éloignées de nous, n'ont pas de parallaxe sensible, et c'est pour cette raison qu'on peut supposer qu'elles sont observées du centre de la Terre.]

24. Quand on connaît la déclinaison de quelque étoile, on peut aussi trouver la hauteur du pôle en observant la distance méridienne de cette étoile au zénith, soit qu'elle passe par le

quart de cercle ZAH (fig. 10), ou par l'autre ZPR. Supposons d'abord qu'elle passe par ZAH au-dessus ou au-dessous de l'équateur, par exemple en S ou *s*; il est évident qu'on trouvera la latitude de la même manière qu'on la trouve par la distance méridienne du Soleil au zénith. Mais si l'étoile passe par le quart du cercle ZPR au-dessus ou au-dessous du pôle, par exemple en F ou en *f*; connaissant, dans le premier cas, la distance ZF, je la retranche de la déclinaison FA, que l'on suppose connue, le reste ZA sera aussi connu. Or ce reste est la latitude. Si l'étoile avait passé par *f* au-dessous du pôle, on aurait retranché la distance observée Z*f* du quart de cercle ZR, le reste aurait été la hauteur méridienne *f*R de l'étoile: ensuite il aurait fallu ôter cette hauteur de la déclinaison *f*T pour avoir le nouveau reste RT, qui est égal à l'élévation AH de l'équateur sur l'horizon. Or cette élévation est le complément de la latitude AZ. (Liv. II, art. 17).

PROBLÈME IV.

25. *Trouver la circonférence et le diamètre d'un grand cercle de la Terre.*

La circonférence d'un cercle étant de 360 degrés, si on peut trouver la grandeur d'un degré, on aura aisément celle de toute la circonférence. Or, pour connaître un arc d'un méridien terrestre, qui est un des grands cercles, on choisit deux lieux placés sur le même méridien, comme sont à peu près Paris et Amiens; et, ensuite : 1°. on mesure la longueur de l'arc compris entre les deux termes, ce qui se fait par la Géométrie (*) en employant des triangles que l'on conçoit entre différens objets élevés et remarquables, comme sont les montagnes, les tours, les clochers, etc. 2°. On détermine l'amplitude de l'arc compris entre les deux termes, c'est-à-dire la quantité de degrés, de minutes, de secondes, etc., que cet arc contient. Or c'est par l'Astronomie que l'on parvient à trouver cette amplitude : pour cet effet on cherche la différence des latitudes, soit en observant le même jour la hauteur méridienne du Soleil, dans les deux lieux entre lesquels l'arc est situé, soit en observant dans ces deux lieux

(*) *Voyez* à ce sujet le *Traité de Géodésie* de M. Puissant.

la hauteur méridienne d'une étoile, quoiqu'en différens jours, et encore mieux en observant la distance méridienne d'une étoile au zénith de l'un et de l'autre lieu, ce qui peut se faire aussi en différens tems. En appliquant ces deux opérations à l'arc qui est entre les parallèles de Paris et d'Amiens, on a trouvé par la première, que sa longueur est de 58226 toises, et par la seconde, que son amplitude est de 1°1′ 13″ : d'où l'on déduit que le degré entre Paris et Amiens est de 57070t, qui font 25 lieues, chacune de 2283 toises.

26. C'est Picard qui, en 1671, ayant mesuré la distance de Paris à Amiens avec beaucoup de soin, trouva le premier la longueur de l'arc du méridien, compris entre les cathédrales de ces deux villes ; mais on a changé quelque chose à son résultat, après de nouvelles vérifications faites en 1798, par MM. Delambre et Méchain, qui mesurèrent avec une très-grande exactitude, la partie de la méridienne comprise entre Dunkerque et Barcelone; laquelle fut ensuite prolongée sur le territoire espagnol jusqu'à l'île d'Ivice, par MM. Biot et Arago.

27. Quand on a trouvé la valeur d'un degré, il faut la multiplier par 360, le produit est la grandeur de la circonférence ou du tour de la Terre, si l'on fait usage des anciennes mesures : elle contient donc 9000 lieues, en comptant 25 lieues pour le degré. Après cela, afin de connaître le diamètre, on se sert du rapport de la circonférence au diamètre trouvé par Archimède, lequel est de 22 à 7, ou de celui de 355 à 113, qui approche encore plus de la vérité ; et l'on fait la proportion, 22. 7 :: 9000. x; ou plus exactement 355. 113 :: 9000. x; on trouvera, pour quatrième terme de cette dernière proposition, 2865 lieues; et par conséquent le rayon est de 1432 $\frac{1}{2}$ lieues.

28. Ces grandeurs de la circonférence et du diamètre de la Terre seraient exactes si la Terre était ronde ; mais on comptait, dès 1670, qu'elle devait être un peu aplatie vers les pôles. Afin de s'en assurer, et d'en connaître l'effet par rapport à la Géométrie, au nivellement, à l'Astronomie, et à la détermination des distances des planètes à la Terre, on envoya des astronomes, en 1736, aux confins de la Laponie, sous le cercle

polaire, pour mesurer un arc du méridien. Il en résulte que le degré du méridien qui coupe le cercle polaire de la Terre est plus grand que celui de la France. Les degrés du méridien augmentent donc en allant vers les pôles. Or si un degré du méridien contient plus d'étendue vers les pôles que vers l'équateur, la courbure est moins grande aux pôles, de même que la courbure d'une grande circonférence est moindre que celle d'une petite. Or, la courbure étant moins grande aux pôles, il faut que la Terre y soit un peu aplatie.

29. Cet aplatissement n'est cependant pas bien considérable, puisque, d'après les différences de plusieurs degrés tels qu'on les a trouvés au commencement de ce siècle, le rapport du diamètre de l'équateur à l'axe de la Terre est égal à celui de 309 à 308. Ainsi on peut encore regarder la Terre comme ronde, dans les calculs ordinaires qui ne demandent pas une grande précision.

[Il était nécessaire, pour déterminer ce rapport exactement, de comparer entr'elles les meilleures observations qui avaient été faites en divers lieux de la Terre; car, comme la différence d'un degré à celui qui suit immédiatement est fort petite, et qu'elle est encore peu considérable entre deux degrés qui seraient aux extrémités d'un même royaume, on ne pourrait rien conclure de certain, par la comparaison de degrés si rapprochés. Aussi eut-on recours aux observations faites en France par MM. Delambre et Méchain, et à celles que Bouguer et Lacondamine exécutèrent à l'équateur en 1740. (Voyez la *Base du Système métrique*, par M. Delambre).]

30. Quoique la figure de la Terre diffère un peu de celle d'un globe, cela n'empêche pas néanmoins que les degrés des différens méridiens ne puissent être considérés comme égaux entr'eux, pourvu que ces degrés soient situés entre les mêmes parallèles. Ainsi les degrés d'un même méridien diffèrent un peu de grandeur; mais les degrés d'un méridien sont égaux aux degrés d'un autre méridien, si les degrés que l'on compare sont dans le même climat, c'est-à-dire à la même latitude, ce qui n'est pourtant pas rigoureusement vrai. C'est le contraire pour l'équateur et les cercles qui lui sont parallèles : car tous

les degrés d'un parallèle sont égaux entr'eux, mais les degrés d'un parallèle ne sont pas égaux aux degrés d'un autre parallèle, puisque plus un parallèle est près de l'équateur, plus sa circonférence est grande, et par conséquent ses degrés sont aussi plus grands. Or cela suppose que la Terre est un sphéroïde de révolution engendré par un méridien elliptique tournant autour du petit axe ou de la ligne des pôles.

Des nouvelles Mesures décimales déduites de la grandeur du Méridien terrestre.

31. [La dernière mesure de la méridienne de France, dont il a été fait mention plus haut, fut principalement entreprise dans la vue de déterminer, avec toute la précision possible, la longueur du quart du méridien; parce que l'Assemblée nationale avait décrété que la 10 millionième partie de cette longueur serait désormais l'unité des mesures linéaires ou le *mètre*, dont la valeur est de 3 pieds 11 lignes 296 millièmes. C'est en effet, comme l'on sait, l'unité fondamentale de nos nouvelles mesures décimales; unité prise dans la nature, et qui pourrait toujours se retrouver si, dans la suite des tems, elle venait à se perdre. Il résulte de là que la circonférence de la Terre est de 40 millions de mètres, et le rayon de 6366198 mèt. Cependant comme la Terre n'est pas parfaitement ronde, ses rayons en général sont inégaux; mais on ne commet pas d'erreur sensible en prenant pour valeur du *rayon moyen* 6375710 mètres, ainsi qu'elle se déduit des opérations citées ci-dessus, ou même la valeur précédente.

Quoique le système métrique soit enseigné depuis plusieurs années dans nos écoles publiques, nous le rappellerons ici en peu de mots.

MESURES DE LONGUEUR.

Le myriamètre vaut..... 10000 mètres; c'est la plus grande unité de mesure des distances itinéraires.

Le kilomètre vaut..... 1000 mètres.

Le décamètre..... 10 mètres.

Le mètre ..... 3 pieds 11 lig. $\frac{296}{1000}$.

Le décimètre..... un 10e de mètre.

Le centimètre ..... 100e de mètre.

MESURES AGRAIRES.

L'hectare vaut.....10000 mèt. carrés; c'est la plus grande unité des mesures agraires.

L'are vaut ..... 100 mètres carrés.

Le centiare..... 1 mètre carré, c'est-à-dire un mètre en longueur et en largeur.

MESURES DE CAPACITÉ

ou de contenance pour les liquides.

Le décalitre vaut..... 10 décimètres cubes.

Le litre..... 1 décimètre cube.

Le décilitre ..... un 10e de décimètre cube.

MESURES DE CAPACITÉ

pour les matières sèches.

Le kilolitre vaut..... 1 mèt. cube ou 1000 déc. cub.

L'hectolitre..... 100 décimètres cubes.

Le décalitre..... 10 décimètres cubes.

Le litre..... 1 décimètre cube.

MESURES DE SOLIDITÉ

ou de volume.

Le stère vaut..... 1 mètre cube, c'est-à-dire un mètre en longueur, en largeur et en hauteur.

Le décistère vaut..... un 10e de mètre cube.

POIDS.

Le millier métrique vaut... 1000 kilogram. (poids du tonneau de mer.)

Le quintal métrique..... 100 kilogrammes.

Le kilogramme est le poids de l'eau sous le volume du décimètre cube ($2^{liv.}$ $0^{onc.}$ $5^{gr.}$ $35^{gr.}$,18).

L'hectogramme vaut..... un 10e du kilogramme.

Le décagramme..... 100e du kilogr.

Le gramme..... 1000e du kilogr. vaut $18^{gr.}\frac{8}{10}$ de l'ancien poids.

Le décigramme.....10000e du kilogramme.

Ce système, dont toutes les parties sont si bien coordonnées

entr'elles, et dans lequel les divisions uniformes se prêtent si facilement au calcul, finira sans doute par vaincre les obstacles que l'habitude oppose encore à son adoption, surtout s'il continue d'être obligatoire.]

PROBLÈME V.

32. *Trouver la longitude d'une ville ou d'un autre lieu de la Terre, c'est-à-dire sa distance au premier méridien;* ou, ce qui revient au même, *trouver la différence des longitudes de deux lieux.*

Ce problème est d'une grande importance pour la Géographie et la Navigation, parce que, quand on a la latitude et la longitude d'un lieu, on connaît sa situation sur le globe de la Terre. (Liv. II, art. 20.) Or nous avons déjà donné la méthode de trouver la latitude, il ne reste qu'à expliquer la manière de connaître la longitude.

On pourra parvenir à cette connaissance, s'il y a dans le ciel quelque phénomène subit ou momentané, que l'on puisse apercevoir au même instant dans les deux lieux, comme sont le commencement ou la fin d'une éclipse de Lune. On observera donc dans chaque lieu, par le moyen d'une pendule à secondes, que l'on aura comparée avec le Soleil, à quelle heure arrive le commencement ou la fin, ou quelqu'autre circonstance remarquable de l'éclipse : quand on saura la différence des tems auxquels a paru la même circonstance de l'éclipse dans les deux lieux, on réduira les heures, les minutes et les secondes de tems en degrés, minutes et secondes de degrés, en prenant 15 degrés pour chaque heure, 1 degré pour 4 minutes de tems, une minute de degré pour 4 secondes de tems, et l'on aura la différence de longitude. Si, par exemple, on observe une éclipse à Paris et à Rome, et que le commencement ait paru à Paris à 10 heures du soir, et à Rome à 10^h $40' 30''$, la différence des longitudes sera de $10° 7' 30''$, c'est-à-dire que Rome sera de $10° 7' \frac{1}{2}$ plus orientale que Paris.

La raison de ce que nous venons de dire est fondée sur ce que le Soleil faisant son tour entier d'orient en occident en 24 heures, il arrive à Rome avant d'arriver à Paris : il faut qu'il par-

coure la vingt-quatrième partie de son tour ou de sa circonférence en une heure. Or la vingt-quatrième partie d'une circonférence, ou de 360 degrés, est 15 degrés : ainsi le Soleil avance de 15 degrés vers l'occident en une heure ; par conséquent il est 11 heures dans un lieu, lorsqu'il n'est encore que 10 heures dans un autre lieu plus occidental de 15 degrés que le premier. Si donc une éclipse commence à un lieu à 11 heures, dans un autre lieu à 10 heures, c'est une marque certaine que le second lieu est plus occidental que le premier, ou le premier plus oriental que le second de 15 degrés, à proportion, pour 40′ $\frac{1}{2}$.

33. Cette méthode de trouver la différence des longitudes de deux lieux par les éclipses, n'a pu être employée souvent jusque vers le milieu du dernier siècle, à cause de la rareté des éclipses de Lune, qui ne peuvent arriver tout au plus que trois fois l'année, et quelquefois point du tout dans le cours d'une année : mais, depuis la découverte des quatre satellites de Jupiter, qui sont des espèces de Lunes par rapport à cette planète, cette méthode est devenue d'un bien plus grand usage, parce que chacun de ces satellites est éclipsé à chaque révolution. Or le premier, c'est-à-dire le plus près de Jupiter, fait sa révolution autour de cette planète en 42^h 29′. Ainsi il arrive toujours une éclipse de ce satellite en 42 $\frac{1}{2}$ heures. Les éclipses des trois autres satellites sont un peu moins fréquentes, parce qu'étant plus éloignés de Jupiter, ils emploient plus de tems à faire leur révolution ; mais cependant elles arrivent encore fort souvent. Il y a un autre avantage de ces éclipses sur celles de Lune ; c'est que le moment précis où elles arrivent se détermine plus aisément que l'instant du commencement ou de la fin d'une éclipse de Lune, et qui souvent n'est guère sûr qu'à 2 ou 3 minutes : car la lumière de la Lune diminue un peu avant qu'elle commence à être éclipsée, et l'on a souvent peine à s'assurer de l'instant où l'éclipse commence : c'est le même inconvénient pour la fin de l'éclipse.

34. On peut calculer, avec les Tables, l'époque à laquelle doivent arriver toutes ces éclipses à Paris. On les trouve même toutes calculées pour chaque année dans la *Connaissance des Tems*, publiée tous les ans par le Bureau des longitudes. C'est

pourquoi il est facile de comparer toutes les éclipses que l'on observe ailleurs avec les mêmes calculées pour Paris, et trouver par là quelle est la différence des longitudes entre Paris et les lieux dans lesquels les éclipses auront été observées.

[Mais ce moyen est trop incertain, comme on l'a dit ci-dessus. Cependant quand l'éclipse est commencée, la partie de l'ombre pure, qui est accompagnée d'une *pénombre* ou presqu'ombre, se distingue un peu mieux; et alors on profite de cet avantage pour noter exactement les instans où cette ombre atteint le premier et le second bord d'une tache remarquable de la Lune : de cette manière, les différences des heures des observations d'une même tache faites en différens lieux, expriment les différences de longitude qu'on veut connaître, et qu'on obtient avec moins d'incertitude que par les observations du commencement ou de la fin de l'éclipse.]

35. On se sert aussi avec avantage des éclipses de Soleil et de celles des étoiles par la Lune : car si l'on observe en deux lieux les momens de l'éclipse d'une même étoile, on en pourra conclure la différence des longitudes. On trouvera l'explication de cette méthode dans l'Astronomie de Lalande, et dans celle que M. Delambre vient de publier. On pourra aussi consulter sur ce sujet l'*Astronomie physique* de M. Biot, seconde édition.

36. Les longitudes en mer exigent d'autres méthodes : celle que nous venons d'expliquer n'y est pas praticable, à cause de l'agitation continuelle du vaisseau, qui ne permet pas de diriger fixément une lunette vers Jupiter, car ces éclipses des satellites de Jupiter ne peuvent s'apercevoir sans ce secours : mais quand bien même cette méthode serait praticable, elle serait encore insuffisante, tant parce que Jupiter est souvent sous l'horizon dans le tems que ces éclipses arrivent, ou qu'il est caché par les nuages, que parce qu'il faut une méthode dont on puisse se servir tous les jours pour trouver la longitude actuelle du vaisseau, afin d'en connaître toujours la situation sur la mer.

37. Une montre à secondes, qui va bien juste dans un vaisseau, est un moyen de connaître sa longitude. Je suppose que,

quand un vaisseau sort de Brest en Bretagne, la montre marque l'heure qu'il est au Soleil dans cette ville : si cette montre va bien, elle fera encore connaître dans la suite l'heure qu'il sera à la même ville dans quelqu'endroit que soit le vaisseau ; mais d'ailleurs on pourra connaître aussi l'heure qu'il sera, au Soleil dans le lieu où se trouvera le vaisseau, soit par la hauteur de cet astre, soit par les étoiles fixes : ainsi l'on saura la différence des heures à Brest et au lieu où est le vaisseau : par conséquent l'on saura aussi la différence des longitudes. Si, par exemple, la différence des tems est de 12′ 24″, la différence des longitudes sera de 3° 6′. [On possède maintenant des montres ou chronomètres qui ne varient pas sensiblement dans l'espace de près de deux ans. Les montres marines de Louis Berthoud et de Bréguet, artistes français, sont les plus estimées.

Cependant dans une navigation de long cours, on emploie pour déterminer la longitude du vaisseau, des moyens plus indépendans de la marche toujours un peu incertaine de ces montres ; et dans cette vue l'on a recours aux mouvemens célestes. Par exemple la distance de la Lune au Soleil ou aux étoiles, qui varie rapidement, est très-propre à faire connaître la différence de longitude de deux lieux où cette distance a été observée ; mais cette méthode exige des calculs qui ne peuvent être rapportés ici. Voyez pour cela les Cours de navigation, ou le 3ᵉ volume de l'*Astronomie physique* par M. Biot.]

Nous donnerons, dans la suite, un problème pour trouver la différence des longitudes de deux lieux dont on connaît les latitudes et leur plus courte distance géographique.

38. Remarque. Quoique tous les lieux qui ont le même méridien, ou plutôt le même demi-méridien, aient midi au même instant (Liv. I, art. 15), il ne s'ensuit pas que le Soleil se lève et se couche à la même heure pour tous ces lieux : il faudrait pour cela que les jours fussent égaux dans tous ces endroits. Mais toutes les villes situées sur le même parallèle ayant les jours égaux (Liv. II, art. 61), le Soleil se lève pour toutes à la même heure, quoique ce ne soit pas au même moment, mais successivement, et plutôt pour celles qui sont plus orientales que pour les autres.

39. On peut encore remarquer ici, que si un voyageur faisait le tour du monde en allant vers l'orient, il compterait, à son retour, un jour de plus que ceux qui seraient restés au lieu de son départ : car ce voyageur, après avoir avancé de 15 degrés vers l'orient, se trouverait dans un lieu où il serait midi, dans le tems qu'il ne serait encore que 11 heures au lieu qu'il a quitté ; ainsi il compterait une heure de plus que les peuples de son pays. Pareillement, quand il aurait fait 30 degrés, il compterait deux heures de plus. Lorsqu'il aurait fait 180 degrés, il compterait 12 heures de plus : enfin, quand il aurait fait le tour de la Terre ou 360 degrés, il compterait 24 heures ou un jour entier de plus que ceux de son pays. Par la raison contraire, un voyageur, qui ferait le tour de la Terre vers l'occident, compterait, à son retour, un jour de moins que ses compatriotes. Ainsi le premier nommerait vendredi le jour qu'ils appelleraient jeudi, et le second nommerait ce même jour mercredi. Ces deux voyageurs et leurs compatriotes appelleraient donc jeudi trois différens jours de la semaine : ainsi on a tort quand on dit quelquefois en badinant, *la semaine des trois jeudis*, pour dire celle qui n'arrive jamais.

On a fait plusieurs fois le tour de la Terre, depuis la découverte de l'Amérique, soit en allant d'occident en orient, soit en avançant d'orient en occident ; et on a été fort surpris, les premières fois, de voir que les voyageurs comptaient les jours des semaines et des mois différemment de ceux qui étaient restés dans le pays : on crut d'abord que les voyageurs s'étaient trompés dans le compte des jours ; mais les astronomes ont bien vu que cette différence, dans le dénombrement des jours entre les voyageurs et les autres, est une suite nécessaire de ce que nous venons de dire.

PROBLÈME VI.

40. *Trouver la grandeur du parallèle d'un lieu*, par exemple *de la ville de Paris, en supposant qu'on connaît la latitude du lieu et la grandeur de l'équateur.*

On fera cette proportion : *Le sinus total est au sinus du complément de la latitude du lieu, comme l'équateur terrestre est*

au parallèle cherché, ou comme un degré de grand cercle est à un degré de ce parallèle.

Que la ligne AB (fig. 11) représente l'axe de la Terre, et la circonférence AEB le méridien qui passe par le point P de la surface terrestre, sur lequel est situé Paris; EC sera le rayon de l'équateur, PD le rayon du parallèle de Paris. De même l'arc EP est la latitude de Paris, et AP le complément de cette latitude : ainsi cet arc AP contient 41° 9′, puisque la latitude EP est de 48° 51′. Mais, puisque les circonférences sont proportionnelles à leurs rayons, on aura l'analogie suivante : EC *est à* PD, *comme l'équateur de la Terre est au parallèle de Paris, ou comme le degré du premier cercle est à celui du second.* Or EC est le sinus total ou le sinus du quart de cercle AE. Pareillement PD est le sinus du complément AP, qui contient 41° 9′. Ainsi la proportion précédente se réduit à celle-ci : *Le sinus total est au sinus de 41° 9′, comme l'équateur est au parallèle de Paris, ou comme le degré du premier cercle est au degré du second.*

Dans cette proportion l'on connaît les trois premiers termes : car le premier et le second se trouvent dans la Table des sinus, et le troisième, savoir le degré de l'équateur, est 25 lieues. Si l'on veut se servir des logarithmes, on aura, pour les trois premiers termes de la proportion arithmétique, en retranchant les deux derniers chiffres, 10,00000, 9,81825; 1,39794; dont le premier étant ôté de la somme des deux autres, on aura le quatrième terme 1,21619, qui est à peu près le logarithme de 16 ½. Ainsi le degré du parallèle de Paris contient environ 16 lieues et demie.

41. Remarque. Il ne s'ensuit pas de là que deux endroits placés sur le parallèle de Paris, qui ont une différence de longitude d'un degré, soient éloignés l'un de l'autre de 16 ½ lieues : car la distance de deux villes qui sont sur le même parallèle ne se prend pas sur l'arc de ce parallèle compris entre les deux villes; mais c'est l'arc intercepté du grand cercle qui passe par ces deux lieux, lequel arc est plus petit que celui du parallèle, parce que, quand un petit cercle en coupe un grand, l'arc de ce dernier, compris entre les deux points d'intersections est

moindre que celui du petit, comme il paraît par la fig. 12, dans laquelle l'arc ACB du grand cercle est moindre que l'arc ADB du petit, parce que la convexité de ce dernier arc est plus grande que celle du premier.

42. Nous supposons, dans la solution de ce problème, que les méridiens terrestres sont de véritables cercles : ce qui néanmoins n'est pas exact, parce que la Terre est un peu aplatie vers les pôles (Liv. III, art. 29) ; mais sa figure n'est pas assez différente d'une sphère pour causer une erreur sensible dans la méthode que nous avons suivie.

La grandeur du diamètre de la Terre et celle de sa circonférence étant connues, on pourra déterminer quelle est la distance à laquelle on peut voir une montagne dont on connaît la hauteur, ou réciproquement quelle est la hauteur d'une montagne dont on voit seulement le sommet à une certaine distance qui est connue, par exemple de dix lieues : c'est l'objet du problème suivant.

PROBLÈME VII.

43. *Trouver la plus grande distance de laquelle on peut voir un objet élevé*, par exemple *une montagne dont la hauteur est connue*, ou réciproquement, *trouver la hauteur d'une montagne dont on voit le sommet à une distance connue.*

Ce problème est le même que celui que nous avons proposé (Liv. I, art. 13), pour trouver la longueur du demi-diamètre de l'horizon visible : car il est clair, par la fig. 2, que la plus grande distance de laquelle on peut voir la montagne dont la hauteur est AB, est la même chose que l'arc BD terminé par le rayon visuel AD, qui touche la circonférence de la Terre au point D : ainsi, pour trouver cette distance ou cet arc, on concevra le triangle ADC rectangle en D, dont les côtés CA et CD sont connus, puisque le premier est la somme du rayon de la Terre CB et de la hauteur AB, et le second est le rayon CD : on fera donc la proportion suivante : *Le côté* CA, *qui est la somme du rayon de la Terre et de la hauteur de la montagne, est au sinus de l'angle droit* ADC, *comme le côté* CD *ou le rayon de la Terre est au sinus de l'angle opposé* CAD. Cet angle étant connu, on aura aussi son complément C. On saura

donc combien l'arc BD contient de minutes et de secondes : ainsi, en prenant, dans l'étendue de la France et des pays qui sont aux mêmes degrés de latitude que les différentes parties de ce royaume, environ 57070 toises pour un degré, 951 pour chaque minute, et pour une seconde, à peu près 15 toises 5 pieds, on aura la grandeur de cet arc, ou la plus grande distance de laquelle on peut voir une montagne dont on connaît la hauteur.

44. Mais si l'on connaît la distance de laquelle on aperçoit seulement le sommet d'une montagne, et qu'on veuille en savoir la hauteur, on commencera par réduire en degrés, minutes et secondes, la distance connue, et on aura l'angle C, dont la mesure est la distance ou l'arc BD; on connaîtra donc aussi son complément CAD : ensuite on cherchera le côté CA par cette analogie : *Le sinus de l'angle* A *est au côté* CD, *comme le sinus total est au côté* CA. Ce côté CA étant trouvé, on en retranchera le rayon de la terre CB ; le reste sera la hauteur de la montagne.

45. On pourra s'assurer par ce problème, en faisant le calcul, que pour apercevoir une montagne à la distance de 2 degrés d'un grand cercle de la Terre, c'est-à-dire de 50 lieues, il faudrait que cette montagne eût plus de 2000 toises de hauteur : le Mont-Blanc en a 2450 qui font 4775 mètres.

46. Si l'on suppose l'observateur sur une tour ou quelqu'autre objet élevé tel que EF, et que, du point E, il aperçoive le sommet A de la montagne par le rayon visuel ADE, qui touche la surface de la Terre au point D, on pourra trouver la distance ou l'arc BDF, pourvu que l'on connaisse la hauteur de la montagne et celle de la tour. Pour cela, on cherchera d'abord l'arc BD par la première proportion exprimée ci-dessus (art. 43) : ensuite il faudra faire une proportion semblable, fondée sur le triangle rectangle CDE, pour trouver l'arc DF, en disant : *Le côté* CE *est au sinus de l'angle* D, *comme le côté* CD *est au sinus de l'angle* E, dont le complément est DCE, qui a pour mesure l'arc DF : ainsi l'on aura la grandeur de cet arc. Or les deux arcs BD et DF font l'arc entier BDF, qui, par conséquent, sera connu. Pareillement, si l'on connaît la distance ou l'arc

BDF, et la hauteur de la tour EF, on trouvera celle de la montagne AB, en faisant la proportion qu'on vient de rapporter pour trouver l'arc DF, lequel étant retranché de l'arc entier BDF donnera l'arc BD. Or cet arc étant connu, on trouvera la hauteur AB par la proportion de l'article 44.

PROBLÈME VIII.

47. *La latitude du lieu étant donnée avec la déclinaison du Soleil, trouver la longueur de l'ombre méridienne d'un corps perpendiculaire à l'horizon, dont la hauteur est connue.*

1°. Si la déclinaison du Soleil est vers le même pôle que la latitude du lieu, c'est-à-dire boréale chez nous, on fera l'analogie suivante : *Le sinus total est à la tangente de la différence entre la latitude et la déclinaison du Soleil, comme la hauteur du corps est à la longueur de l'ombre méridienne.*

2°. Mais si la déclinaison du Soleil est vers le pôle opposé à celui de la latitude, on dira : *Le sinus total est à la tangente de la somme de la latitude et de la déclinaison, comme la hauteur du corps est à la longueur de l'ombre méridienne.*

Soit AP la hauteur de l'objet (fig. 9), et S le Soleil dont le rayon qui rase le sommet du corps est SAB; la longueur de l'ombre sera PB. Si l'on conçoit la hauteur AP prolongée vers le zénith marqué par Z, on aura l'angle SAZ, qui désignera la distance du Soleil au zénith, laquelle est égale à la différence entre la latitude du lieu et la déclinaison du Soleil dans le premier cas, et dans le second à la somme de l'une et de l'autre, puisque par l'hypothèse le Soleil est au méridien. Or cet angle SAZ est égal à l'angle opposé BAP du triangle rectangle APB, dont je considère la hauteur AP comme le sinus total qui a pour centre le point A, et le côté PB comme la tangente de l'angle A qui lui est opposé; ainsi l'on pourra dire dans le premier cas : *Le sinus total est à la tangente de la différence entre la latitude du lieu et la déclinaison du Soleil, comme la hauteur* AP *est à la longueur de l'ombre* PB; et dans le second cas : *Le sinus total est à la tangente de la somme de la latitude du lieu et de la déclinaison du Soleil, comme la hauteur* AP *de l'objet est à la longueur de l'ombre* PB.

48. Nous avons dit que quand le Soleil est du côté du pôle élevé, la distance de son centre au zénith est égale à la différence entre la latitude du lieu et sa déclinaison : cela paraîtra par la fig. 10, dans laquelle le Soleil étant au point S vers le pôle élevé P, sa distance au zénith est ZS, sa déclinaison AS : et d'ailleurs la latitude du lieu est ZA. Or il est évident que ZS est la différence de la latitude ZA et de la déclinaison AS. Mais quand la déclinaison du Soleil est opposée à la latitude, par exemple, si le Soleil est au point *s*, alors la distance Z*s* du Soleil au zénith est la somme de la latitude ZA et de la déclinaison A*s*. Nous supposons le Soleil au méridien.

49. Il faut, pour la pratique de ce problème, que le terrain soit bien horizontal depuis P jusqu'à B, ou du moins que le point B soit de niveau avec P ; et alors on pourra connaître par cette méthode quelle sera, chaque jour de l'année, la longueur de l'ombre méridienne d'un même objet ; par exemple, d'un clocher, d'une tour, etc. Nous allons encore proposer un problème qui est l'inverse du précédent.

PROBLEME IX.

50. *Connaissant la latitude du lieu et la déclinaison du Soleil, trouver la hauteur d'un objet dont on a mesuré l'ombre méridienne.*

1°. Si la déclinaison du Soleil est vers le même pôle que la latitude du lieu, c'est-à-dire vers le pôle élevé, on dira : *La tangente de la différence entre la latitude et la déclinaison du Soleil est au sinus total, comme la longueur de l'ombre méridienne est à la hauteur cherchée.*

2°. Lorsque la déclinaison du Soleil est vers le pôle opposé à celui de la latitude, on dira : *La tangente de la somme de la latitude et de la déclinaison est au sinus total, comme la longueur de l'ombre méridienne est à la hauteur de l'objet.*

Ces deux proportions sont les inverses de celles du problème précédent ; ainsi elles sont fondées sur les mêmes principes.

LIVRE QUATRIÈME

Contenant plusieurs Problèmes de Trigonométrie sphérique.

QUOIQUE les problèmes que nous allons proposer appartiennent à la Trigonométrie sphérique, on pourra néanmoins entendre les pratiques des méthodes dont nous nous servirons, sans avoir appris cette partie des Mathématiques; mais il faudra en supposer les démonstrations. D'ailleurs les problèmes que nous allons expliquer seront un supplément pour les traités de Trigonométrie sphérique où l'on a omis l'application aux problèmes d'Astronomie, et à ceux où ces problèmes ne sont pas expliqués d'une manière assez élémentaire.

PROBLÈME PREMIER.

1. *Connaissant la hauteur du pôle sur l'horizon, la déclinaison du Soleil et la réfraction horizontale, trouver la longueur du jour, et par conséquent l'heure du lever et du coucher du Soleil.*

Soit le méridien HZPR (fig. 13) qui passe par le zénith Z et par le pôle P; soit aussi l'horizon HR, l'équateur AT : l'arc PSD sera le quart de cercle de déclinaison ou du méridien qui passe par le Soleil S, et ZOS sera l'arc du vertical passant aussi par le Soleil, qui est encore environ à 32′54″ au-dessous de l'horizon quand il commence à paraître le matin, parce que la réfraction horizontale OS est à peu près de cette quantité. Cela posé, l'arc AD de l'équateur désignera la moitié du jour, c'est-à-dire le tems que le Soleil emploiera à parcourir l'arc AD de l'équateur ou un arc semblable d'un parallèle, depuis le lever du Soleil jusqu'au méridien. (Cet arc de l'équateur ou d'un parallèle s'appelle *arc semi-diurne.*) Il s'agit donc de trouver l'arc semi-diurne AD, qui est la mesure

de l'angle APD ou SPZ, qui a son sommet au pôle. Pour cela je considère le triangle sphérique ZPS, dont les trois côtés sont connus par les conditions du problème, savoir : 1°. PZ, qui est le complément de la hauteur du pôle PR, puisque l'arc ZPR, qui s'étend depuis le zénith jusqu'à l'horizon, est un quart de cercle. 2°. PS, qui est le complément de la déclinaison DS du Soleil, parce que l'arc PD compris entre le pôle et l'équateur est un quart de cercle. (Si le Soleil déclinait vers le pôle abaissé, Ps serait la somme d'un quart de cercle et de la déclinaison.) 3°. Enfin le côté ZS, qui est la somme du quart de cercle vertical ZO contenu entre le zénith et l'horizon, plus de la réfraction horizontale OS. Supposons que la hauteur du pôle soit de 49°, la déclinaison du Soleil de 20° : dans ce cas, le côté ZP du triangle sphérique sera de 41°, le côté PS de 70° et le côté ZS de 90° 33′ (je néglige les 6″). Or quand on connaît les trois côtés d'un triangle sphérique, on peut trouver les angles par la méthode suivante, que nous allons appliquer à la recherche de l'angle ZPS.

2. 1°. On cherchera l'excès du plus grand des côtés PS et PZ (fig. 13) sur le plus petit des deux : on ajoutera cet excès avec la base ZS, et l'on prendra la moitié de la somme. 2°. On retranchera cet excès de la même base ZS, et on prendra la moitié du reste ou de la différence. 3°. On cherchera le logarithme du sinus de la moitié de la somme et celui du sinus de la moitié de la différence : ensuite on ajoutera ces deux logarithmes avec le double du logarithme du rayon, qui est le sinus total ou de 90°. 4°. On ôtera de cette dernière somme celle des logarithmes des sinus des deux côtés, qui comprennent l'angle P; la moitié du reste sera le logarithme du sinus de la moitié de l'angle P.

Dans notre exemple les côtés PS et PZ sont, comme nous avons dit, l'un de 70° et l'autre de 41°. Ainsi 1°. l'excès de PS sur PZ sera de 29° ; par conséquent la somme de cet excès et de la base ZS, qui contient 90° 33′, sera 119° 33′, dont la moitié est 59° 46′. 2°. La différence de la même base et de l'excès sera 61° 33′, dont la moitié est 30° 46′. 3°. Les logarithmes

des sinus de 59° 46′ et de 30° 46′ sont 9,93650 et 9,70888, lesquels étant ajoutés avec 20,00000, qui est le double du logarithme de 90° (je retranche les deux derniers chiffres de tous les logarithmes), donnent la somme 39,64538. 4°. Si de cette somme on ôte 19,78993, qui est celle des logarithmes des sinus des côtés PS et PZ, il restera 19,85545, dont la moitié 9,92772 est le sinus de 57° 51′ : ainsi l'angle P ou l'arc semi-diurne AD est double de 57° 51′ ; cet arc est donc de 115° 42′.

3. Quand on aura trouvé l'angle P, ou l'arc AD qui en est la mesure, on le réduira en heures, en minutes et en secondes d'heure : pour cet effet on comptera une heure pour 15 degrés et 4 minutes d'heure ou de tems pour un degré : ainsi, dans notre exemple, l'arc semi-diurne étant de 115° 42′, il donnera presque 7^h 43′ ; ainsi la moitié du jour est de 7^h 43′ : par conséquent le Soleil se lève à 4^h 17′, ou se couche à 7^h 43′.

4. Cette méthode est fondée sur une proportion géométrique démontrée dans la Trigonométrie sphérique, dont voici les quatre termes : le premier est le produit des sinus des deux côtés PS et PZ (fig. 15). Pour désigner le second, je suppose PS plus grand que PZ, et j'appelle l'excès SX : cela posé, le second terme est le sinus de la moitié de la somme de ZS plus SX multiplié par le sinus de la moitié de la différence de ZS à SX. Le troisième terme est le carré du rayon ; et enfin le quatrième est le carré du sinus de la moitié de l'angle P. On peut voir la démonstration de cette proportion dans les Traités de Trigonométrie. Cette proportion étant supposée, on en déduira facilement la méthode précédente, en faisant attention que la propriété des logarithmes est de convertir la multiplication en addition et la division en soustraction ; car, cela posé, on verra aisément que les trois premiers articles de la méthode tendent à représenter le produit des moyens, et que par le quatrième on fait la même chose que si l'on divisait ce produit par le premier terme.

Il y a une autre méthode pour trouver les angles d'un triangle sphérique dont on connaît les trois côtés. Nous l'avons expliquée au problème V, qui est vers la fin de la troisième

section du Traité qui précède les Tables des sinus, des tangentes et des logarithmes que nous avons fait imprimer.

5. Si les deux côtés PS et PZ de l'angle P étaient égaux, on trouverait cet angle par une seule analogie; car en abaissant l'arc PK (fig. 13) perpendiculairement sur ZS, on aurait ZK égal KS, et les deux triangles sphériques PKZ, PKS rectangles en K seraient égaux : pour lors l'un d'eux fournirait la proportion suivante : *Le sinus de l'hypoténuse* PS *est au rayon, comme le sinus de l'arc* KS *ou de la moitié de* ZS, *est au sinus de l'angle opposé* KPS, *moitié de l'angle cherché* ZPS.

6. On peut, par le moyen de ce problème, trouver le plus long jour de l'année pour chaque latitude; car ce plus long jour arrive, lorsque le Soleil est au tropique le plus proche du pôle élevé, et que, par conséquent, sa déclinaison est d'environ 23° 28′. Ainsi, quand on veut chercher quel est le plus grand jour pour Paris dont la latitude est de 48° 51′, voici quels seront les trois côtés du triangle sphérique ZPS : PZ sera de 41° 9′, PS de 66° 32′, et ZS contiendra toujours 90° 32′. Cela étant, on trouvera que l'angle P ou l'arc semi-diurne AD, qui en est la mesure, étant réduit en heures, donne 8ʰ 3′ : d'où il suit que le plus long jour de l'année à Paris, est de 16ʰ 6′.

7. Les arcs semi-diurnes faisant connaître la longueur des jours et l'heure à laquelle le Soleil se lève ou se couche, ce qui peut servir à régler des horloges et des montres, j'ai cru qu'il était à propos de placer ici une Table de ces arcs, pour les dix degrés de latitude qui comprennent toute l'étendue de la France, et un peu davantage. On a mis dans chaque colonne, sous chacun des dix degrés de latitude marqués en haut, les arcs semi-diurnes réduits en heures pour chaque degré de déclinaison du Soleil jusqu'au douzième; et depuis le douzième degré, on a mis les arcs de demi-degré en demi-degré, en prenant seulement la déclinaison vers le pôle élevé. Cette Table, qui montre la durée de la moitié du jour, y compris l'effet de la réfraction, est tirée en partie du livre de la *Connaissance des Tems* de 1759 et des années précédentes.

8. Il est facile de voir, à l'aide de cette Table, à quelle heure le Soleil se lève à un lieu dont on connaît la latitude contenue dans la Table, pourvu qu'on sache d'ailleurs la déclinaison du Soleil. Supposons, par exemple, qu'on veuille savoir à quelle heure le Soleil se lève pour un lieu qui est à 45° de latitude, lorsque le Soleil décline de 16° vers le pôle élevé : on cherchera, dans la colonne qui est sous le 45me degré, le nombre qui est vis-à-vis de 16° de déclinaison marqués dans la première colonne à gauche ; on trouvera $7^h 10'$; il faut les ôter de 12^h, le reste $4^h 50'$ fera connaître que le Soleil se lève pour lors à $4^h 50'$.

9. On peut aussi se servir de cette Table pour connaître, sans erreur sensible, l'heure du lever du Soleil dans les endroits dont la latitude est entre deux degrés qui sont dans la Table. Il s'agit, par exemple, de savoir à quelle heure le Soleil se lève à une ville qui a environ 51° 45′ de latitude, lorsque la déclinaison du Soleil est de 20° vers le pôle élevé : je cherche quelles sont les heures marquées vis-à-vis de 20° de déclinaison dans les colonnes qui sont sous 51 et 52° de latitude ; je trouve que c'est $7^h 51'$ et $7^h 55'$, dont la différence est 4′ ; et comme il s'agit d'une latitude qui excède 51° de 45′, c'est-à-dire des trois quarts d'un degré, je prends les trois quarts de la différence, savoir, 3′ que j'ajoute à $7^h 51'$, la somme $7^h 54'$ sera la moitié du jour dans l'endroit proposé au tems de la déclinaison marquée ; par conséquent le Soleil s'y levera pour lors à $4^h 6'$.

10. Si on veut faire une proportion pour trouver la même chose, on dira : *Comme la différence de* 51° *à* 52°, *ou comme* 60′ *sont à* 45′, *ainsi la différence* 4′ *est à un quatrième terme* 3′, *qu'il faut ajouter à* $7^h 51'$, *que donne l'arc semi-diurne de* 51° ; *on aura la somme* $7^h 54'$.

11. On pourra trouver, par une méthode semblable, à quelle heure le Soleil se levera, quand sa déclinaison sera entre celles qui sont marquées dans la Table, par exemple, quand elle sera de 18° 20′ vers le pôle élevé, pourvu que la latitude du lieu soit dans la Table, ou du moins entre celles qui y sont marquées.

TABLE *des arcs semi-diurnes réduits en heures.*

Latitude ou hauteur du pôle.

Déclinaison boréale du Soleil.	43°	44°	45°	46°	47°
1°	6h. 7′	6h 7′	6h 7′	6h 7′	6h 7′
2	6 10	6 11	6 11	6 11	6 12
3	6 14	6 15	6 15	6 15	6 16
4	6 18	6 18	6 19	6 20	6 20
5	6 22	6 22	6 23	6 24	6 25
6	6 25	6 26	6 27	6 28	6 29
7	6 29	6 30	6 31	6 32	6 33
8	6 33	6 34	6 35	6 37	6 38
9	6 37	6 38	6 40	6 41	6 42
10	6 41	6 42	6 44	6 45	6 47
11	6 45	6 46	6 48	6 50	6 51
12	6 49	6 50	6 52	6 54	6 56
12 30′	6 51	6 53	6 54	6 56	6 58
13	6 53	6 55	6 57	6 59	7 1
13 30	6 55	6 57	6 59	7 1	7 3
14	6 57	6 59	7 1	7 3	7 5
14 30	6 59	7 1	7 3	7 5	7 8
15	7 1	7 3	7 5	7 8	7 10
15 30	7 3	7 5	7 8	7 10	7 13
16	7 5	7 7	7 10	7 12	7 15
16 30	7 7	7 10	7 12	7 15	7 18
17	7 9	7 12	7 14	7 17	7 20
17 30	7 12	7 14	7 17	7 20	7 22
18	7 14	7 16	7 19	7 22	7 25
18 30	7 16	7 19	7 22	7 25	7 28
19	7 18	7 21	7 24	7 27	7 30
19 30	7 20	7 23	7 26	7 30	7 33
20	7 23	7 26	7 29	7 32	7 35
20 30	7 25	7 28	7 31	7 35	7 38
21	7 27	7 30	7 34	7 37	7 41
21 30	7 30	7 33	7 36	7 40	7 44
22	7 32	7 35	7 39	7 43	7 46
22 30	7 35	7 38	7 41	7 45	7 49
23	7 37	7 40	7 44	7 48	7 52
23 28	7 39	7 43	7 47	7 51	7 55

SUITE DE LA TABLE *des arcs semi-diurnes réduits, etc.*

Latitude ou hauteur du pôle.

Déclinaison boréale du Soleil.	48°	49°	50°	51°	52°
1°	6h 8′	6h 8′	6h 8′	6h 8′	6h 9′
2	6 12	6 12	6 13	6 13	6 14
3	6 17	6 17	6 18	6 18	6 19
4	6 21	6 22	6 22	6 22	6 24
5	6 25	6 26	6 27	6 27	6 29
6	6 30	6 31	6 32	6 33	6 34
7	6 34	6 36	6 37	6 38	6 40
8	6 39	6 41	6 42	6 43	6 45
9	6 44	6 45	6 47	6 48	6 50
10	6 48	6 50	6 52	6 54	6 56
11	6 53	6 55	6 57	6 59	7 1
12	6 50	7 0	7 2	7 4	7 7
12 30′	7 0	7 3	7 5	7 7	7 10
13	7 3	7 5	7 7	7 10	7 12
13 30	7 5	7 8	7 10	7 13	7 15
14	7 8	7 10	7 13	7 15	7 18
14 30	7 10	7 13	7 15	7 18	7 21
15	7 13	7 15	7 18	7 21	7 24
15 30	7 15	7 18	7 21	7 24	7 27
16	7 18	7 21	7 24	7 27	7 30
16 30	7 20	7 23	7 26	7 30	7 33
17	7 23	7 26	7 29	7 33	7 36
17 30	7 26	7 29	7 32	7 36	7 39
18	7 28	7 31	7 35	7 38	7 42
18 30	7 31	7 34	7 38	7 42	7 45
19	7 34	7 37	7 41	7 45	7 49
19 30	7 36	7 40	7 44	7 48	7 52
20	7 39	7 43	7 47	7 51	7 55
20 30	7 42	7 46	7 50	7 54	7 58
21	7 45	7 49	7 53	7 57	8 2
21 30	7 48	7 52	7 56	8 1	8 5
22	7 50	7 55	7 59	8 4	8 9
22 30	7 53	7 58	8 2	8 7	8 13
23	7 56	8 1	8 6	8 11	8 16
23 28	8 0	8 4	8 9	8 14	8 20

SUITE DE LA TABLE *des arcs semi-diurnes réduits en heures.*

Latitude.

Déclinaison australe du Soleil.	43°	44°	45°	46°	47°
1°	5h 59′	5h 59′	5h 59′	5h 59′	5h 59′
2	5 55	5 55	5 55	5 55	5 55
3	5 52	5 51	5 51	5 51	5 50
4	5 48	5 47	5 47	5 46	5 46
5	5 44	5 44	5 43	5 42	5 42
6	5 40	5 40	5 39	5 38	5 37
7	5 37	5 36	5 35	5 34	5 33
8	5 33	5 32	5 31	5 30	5 28
9	5 29	5 28	5 27	5 25	5 24
10	5 25	5 24	5 22	5 21	5 20
11	5 21	5 20	5 18	5 17	5 15
12	5 17	5 16	5 14	5 12	5 11
13	5 13	5 12	5 10	5 8	5 6
14	5 9	5 7	5 5	5 3	5 1
15	5 5	5 3	5 1	5 59	4 57
16	5 1	4 59	4 57	4 54	4 52
17	4 57	4 55	4 52	4 50	4 47
18	4 53	4 50	4 47	4 45	4 42
19	4 48	4 46	4 43	4 40	4 37
20	4 44	4 41	4 38	4 35	4 32
21	4 39	4 36	4 33	4 30	4 26
22	4 35	4 32	4 28	4 25	4 21
23	4 30	4 27	4 23	4 19	4 15
23 ½	4 27	4 24	4 21	4 17	4 12

SUITE DE LA TABLE *des arcs semi-diurnes réduits en heures.*

Latitude.

Déclinaison australe du Soleil.	48°	49°	50°	51°	52°
1°	5h 59′	5h 59′	5h 59′	5h 58′	5h 58′
2	5 54	5 54	5 54	5 53	5 53
3	5 50	5 49	5 49	5 48	5 48
4	5 45	5 45	5 44	5 44	5 43
5	5 41	5 40	5 39	5 39	5 38
6	5 36	5 35	5 35	5 34	5 33
7	5 32	5 31	5 30	5 29	5 27
8	5 27	5 26	5 25	5 21	5 22
9	5 23	5 21	5 20	5 18	5 17
10	5 18	5 17	5 15	5 13	5 11
11	5 13	5 12	5 10	5 8	5 6
12	5 9	5 7	5 5	5 3	5 0
13	5 4	5 2	5 0	4 57	4 55
14	4 59	4 57	4 54	4 52	4 49
15	4 54	4 52	4 49	4 46	4 44
16	4 49	4 46	4 45	4 41	4 38
17	4 44	4 41	4 38	4 35	4 32
18	4 39	4 36	4 33	4 29	4 26
19	4 34	4 30	4 27	4 23	4 19
20	4 28	4 25	4 21	4 17	4 13
21	4 23	4 19	4 15	4 11	4 6
22	4 17	4 13	4 9	4 4	4 0
23	4 11	4 7	4 3	3 58	3 53
23 ½	4 8	4 4	3 59	3 53	3 49

12. Cette Table et le problème précédent peuvent aussi servir à connaître si une horloge ou montre marque l'heure conformément au Soleil : pour cela on observera d'abord quelle heure il est à la montre quand le bord supérieur du Soleil commence à paraître, ensuite on examinera à quelle heure le bord inférieur se lève ; l'heure également éloignée de ces deux momens est celle à laquelle le centre du Soleil s'est levé. Si donc cette heure est la même que celle qu'on trouve par le calcul ou dans la Table, c'est une marque que la montre est sur le Soleil ; mais s'il existe à cet égard une différence, on connaîtra que la montre précède le Soleil ou le suit, et de combien. Je suppose, par exemple, que le bord supérieur du Soleil s'est levé lorsque la montre marquait $4^h\ 8'$, et que l'autre bord a paru sur l'horizon lorsqu'il était $4^h\ 10'$ à la montre. Dans cette hypothèse, le centre du Soleil s'est levé à $4^h\ 9'$, parce que ce moment est également distant de $4^h\ 8'$ et de $4^h\ 10'$; c'est pourquoi si on a trouvé, par le calcul ou dans la Table, que le Soleil doit se lever ce même jour à $4^h\ 9'$, la montre est sur le Soleil ; mais si le calcul ou la Table annonce le lever du Soleil à $4^h\ 5'$, on connaîtra que la montre précède le Soleil de $4'$, puisqu'elle marque $9'$, quoiqu'il n'en soit que 5.

13. On suppose ici que l'on puisse voir l'horizon dans l'endroit où le Soleil se lève ou se couche ; c'est pourquoi, lorsqu'il y a quelque montagne voisine vers l'orient ou vers l'occident, on est obligé de monter sur quelque hauteur. Pour regarder le Soleil sans danger de se blesser la vue, il faut avoir un verre noirci d'un côté par la fumée d'une chandelle, sur laquelle on passe lentement ce verre ; et, afin que la couche de fumée qui s'y est attachée ne soit pas enlevée par l'attouchement des doigts ou des autres corps, on peut joindre un second verre au côté noirci du premier, une bordure de carte entre deux, et les assembler avec de la cire à cacheter ou du papier collé sur les bords : au surplus on trouve, dans le commerce, des verres colorés pour cet usage.

14. Une montre peut marquer la même heure que le Soleil

dans un tems, quoique son mouvement ne soit pas réglé sur celui du Soleil. Supposons, par exemple, que la montre marque la véritable heure du lever du Soleil, et qu'elle marque 4 minutes de plus qu'il n'est quand le Soleil se couche, alors le mouvement de la montre n'est pas réglé sur celui du Soleil, quoiqu'elle se soit rencontrée le matin avec cet astre : réciproquement il se peut faire qu'une montre ou une pendule ne marque pas la même heure que le Soleil; comme si la pendule marquait 4 minutes de plus qu'il n'est au Soleil, tant à son lever qu'à son coucher. On peut dire, dans ce cas, que la pendule *précède* le Soleil; on dit aussi alors qu'elle *avance;* mais on se sert souvent de ce dernier terme pour exprimer que dans le même espace de tems elle marque plus d'heures et de minutes que le Soleil, comme il arrive dans le premier cas. Nous prendrons le terme *avancer* dans ce dernier sens; ainsi avancer et aller trop vite signifieront la même chose. Or, en donnant ces significations à ces termes, une montre pourra précéder le Soleil sans avancer ou aller plus vite que lui : mais si elle avance sur le Soleil, il faut qu'à la suite du tems elle le précède. On peut mettre la même différence entre *retarder* sur le Soleil et le suivre (*).

15. Cela posé, le problème précédent et la Table pourront aussi servir à connaître si le mouvement d'une montre est réglé sur celui du Soleil : car, par exemple, si elle précède autant le Soleil à son lever qu'à son coucher, ou bien au lever d'un jour, qu'à celui du suivant, c'est une marque que la montre est réglée sur le Soleil. (Je néglige ici l'augmentation ou la diminution qui arrive dans la durée d'un jour par le changement de la déclinaison du Soleil.)

16. La méthode du premier problème est la même que celle dont on se sert pour trouver quelle heure il est à un instant

---

(*) [Les Astronomes appellent *avance absolue* ou *retard absolu*, la quantité dont une pendule précède le Soleil ou en est précédée; et ils entendent par *avance relative* ou *diurne*, ce que la pendule marque de plus que 24 heures solaires : on conçoit alors ce que signifie son *retard relatif* ou *diurne*.

On a vu (art. 102 et 106, liv. II), qu'une bonne pendule ne peut être bien réglée que sur le tems moyen ou sur le tems sidéral.]

pour lequel on connaît la hauteur du Soleil sur l'horizon, pourvu que l'on connaisse aussi sa déclinaison et la latitude du lieu : car, dans le triangle ZPS (fig. 15), le côté ZS, qui pour lors est moindre que le quart de cercle ZO, est le complément de la hauteur SO du Soleil : ainsi l'on connaît les trois côtés de ce triangle ; par conséquent on peut trouver l'angle P de la manière expliquée dans le problème. Or la mesure de cet angle est l'arc AD de l'équateur, qui, étant réduit en heures et en minutes, donne le tems qu'il y a depuis l'instant pour lequel on connaît la hauteur du Soleil jusqu'à midi, si c'est le matin ; ou depuis midi jusqu'à cet instant, si c'est au soir. Nous avons enseigné la méthode de prendre la hauteur du Soleil (art. 12 et 13 du troisième Livre).

A l'époque où la première édition du présent Traité parut, on appelait *sinus artificiel* le logarit. du sinus : ainsi cette expression 70° s. ar. 997299 veut dire que l'arc ou l'angle de 70 degrés a pour sinus artificiel le nombre 997299, c'est le logarit. du sinus : mais nous renoncerons maintenant à cet usage.

Voici un exemple dans lequel nous supposerons la latitude de 49°, la déclinaison du Soleil de 20° vers le pôle élevé, et sa hauteur sur l'horizon de 42°.

EXEMPLE.

PS=70°	log sin 9,97299			ZS=48°	
PZ=41	log sin 9,81694			PS—PZ=29	
PS—PZ=29	som. 19,78993			différence	19
ZS=48				moit. de la diff.	9 30′
somme	77°				
moit. de la som.	38 30′	log sin	9,79415		
moit. de la diff.	9 30	log sin	9,21761		
double du log du rayon			20,00000		
somme			39,01176		
som. des log sin de PS et de PZ			19,78993		
reste			19,22183		24 6
moit. du reste			9,61091	log sin de	24 6

l'angle ZPS ou l'arc AD=48° 12′

L'arc AD (fig. 15) était donc alors de 48° 12′, qui, étant réduits en heures, donnent presque 3^h 13′. Si on suppose que la hauteur du Soleil a été prise avant midi, il faut retrancher ces 3^h 13′ de 12 heures, et le reste 8^h 47′ est l'heure qu'il était à l'instant où le Soleil était élevé de 42 degrés sur l'horizon. Si la hauteur du Soleil avait été prise après midi, on en aurait conclu qu'il était dans ce moment 3^h 13′ du soir.

Avant de passer au problème suivant, nous exposerons ici quelques propositions de Trigonométrie sphérique qui feront mieux entendre ce que nous avons à dire.

17. 1°. Dans un triangle sphérique rectangle, comme SXP rectangle en X, les côtés de l'angle droit sont de même espèce que les angles auxquels ils sont opposés, c'est-à-dire que si un de ces angles, comme P, est aigu ou moindre que 90°, le côté opposé SX est aussi moindre que 90°; et si l'angle PSX est obtus, le côté PX est plus grand que 90° ou qu'un quart de cercle : si donc les deux angles opposés au côté de l'angle droit sont aigus, ces deux côtés sont chacun moindres que 90° : si ces deux angles sont obtus, les deux côtés sont chacun plus grands que 90° : si un de ces angles est aigu et l'autre obtus, le côté opposé au premier est moindre qu'un quart de cercle, et celui qui est opposé au second est plus grand. Il pourrait se faire aussi que, dans un triangle sphérique, deux angles ou même les trois fussent droits.

18. 2°. Lorsque l'hypoténuse d'un triangle rectangle est moindre qu'un quart de cercle, les deux côtés de l'angle droit sont de même espèce, c'est-à-dire qu'ils sont tous les deux moindres, ou tous les deux plus grands que 90° : mais si l'hypoténuse est plus grande qu'un quart de cercle, les deux côtés sont de différentes espèces ; l'un est plus grand, et l'autre plus petit.

19. Pour abréger le discours, nous appellerons, ainsi qu'il est d'usage, *cosinus et cotangentes* d'un arc ou d'un angle, le sinus et la tangente du complément de cet angle : ainsi le cosinus ou la cotangente d'un angle de 56° 12′ est le sinus ou la tan-

gente d'un angle de 33° 48′. On donne la même dénomination aux sécantes.

Quand on a besoin du logarithme du cosinus ou de la cotangente d'un angle ou d'un arc, par exemple de 56° 12′, il n'est pas nécessaire de s'assurer d'abord quel est le complément de cet angle, afin de chercher ensuite dans les Tables le logarithme du sinus ou de la tangente de ce complément. Il suffit de chercher dans ces Tables 56° 12′, car on trouvera vis-à-vis, dans la même page, à la gauche, le logarithme qu'on cherche. Le logarithme du cosinus de 56° 12′ est 9,74531, celui de la cotangente est 9,82571. Les logarithmes des sinus et des tangentes étaient appelés anciennement sinus *artificiels* et tangentes *artificielles*, pour les distinguer des sinus naturels et des tangentes naturelles qu'on appelle simplement *sinus* et *tangentes*; il en était de même des sécantes.

Nous allons proposer un second problème pour connaître la longueur des jours, sans y comprendre l'augmentation causée par la réfraction à laquelle on n'a point d'égard quand on veut déterminer la fin ou le commencement des climats.

PROBLÈME II.

2p. *La hauteur du pôle ou la latitude d'un lieu étant donnée avec la déclinaison du Soleil, trouver la longueur du jour pour ce lieu, sans y comprendre l'augmentation causée par la réfraction.*

Dans l'hypothèse de ce problème, le jour ne commence que quand le Soleil est à l'horizon : ainsi les deux arcs PS et ZS (fig. 14) se rencontrent sur un point S de l'horizon. Cela supposé, il faut concevoir un arc de grand cercle tiré du point S perpendiculairement sur le méridien : cet arc ne sera pas différent de la partie SR de l'horizon, puisque l'horizon est perpendiculaire au méridien. (Nous supposons la déclinaison du Soleil vers le pôle élevé). On aura donc le triangle sphérique rectangle SRP dont on connaît le côté PR qui est la hauteur du pôle, l'hypoténuse PS complément de la déclinaison du Soleil, et l'angle droit R : ainsi on trouvera l'angle SPR supplément de ZPS ou de l'arc AD en disant :

La cotangente du côte PR *est à la cotangente de l'hypoténuse* PS, *comme le sinus total ou le rayon des tables, est au cosinus de l'angle* SPR *adjacent au côté connu* PR. Cet angle sera aigu, parce qu'il est opposé au côté ou à l'arc perpendiculaire SR, qui est moindre qu'un quart de cercle.

Si la hauteur du pôle est de 49° et la déclinaison du Soleil de 20°, le côté PR sera de 49°, et l'hypoténuse PS complément de la déclinaison sera de 70°. Ainsi les logarithmes des trois premiers termes de l'analogie seront 9,93916; 9,56107; 10,00000, dont le premier étant ôté de la somme des deux autres, il laissera le reste 9,62191 qui est le logarithme cosinus de 65° 15′; l'angle SPR sera donc de 65° 15′. Il faut l'ôter de 180°, le supplément sera de 114° 45′; c'est la valeur de l'angle SPZ ou de l'arc AD, qui, étant réduit en heures, donne 7^h 39′, au lieu de 7^h 43′ que nous avons trouvées, en y comprenant l'augmentation qui vient de la réfraction.

21. Si le Soleil décline vers le pôle abaissé, P*s* sera égal à P*d* plus *ds*, c'est-à-dire, à la somme d'un quart de cercle et de la déclinaison du Soleil, et alors l'arc perpendiculaire moindre qu'un quart de cercle sera *s*H, et le triangle rectangle à résoudre sera *s*HP, dont on connaît le côté PH supplément de la hauteur du pôle, l'hypoténuse P*s* est l'angle droit en H. Ainsi on trouvera l'angle cherché *s*PH par l'analogie précédente. Si donc la hauteur du pôle est de 49°; et que la déclinaison du Soleil vers le pôle inférieur soit de 20°, les trois premiers termes de la proportion seront les cotangentes de 131° ou plutôt du supplément 49°, celle de 110° ou plutôt de 70°, le sinus total et le cosinus de l'angle cherché.

22. A la place de la proportion précédente on peut faire celle-ci : *La tangente de l'hypoténuse* PS *est à la tangente du côté* PR, *comme le sinus total est au cosinus de l'angle* SPR.

On voit bien que ces deux problèmes peuvent s'appliquer aux autres astres dont on connaît la déclinaison, de même qu'au Soleil.

23. On peut résoudre ce second problème par une autre mé-

thode, en employant le triangle CDS (fig. 14), qui est rectangle en D, parce que le cercle de déclinaison PD est perpendiculaire à l'équateur AT. On connaît trois choses dans ce triangle : 1°. le côté DS qui est la déclinaison du Soleil ; 2°. l'angle opposé SCD égal à l'angle ACH, qui a pour mesure l'élévation AH de l'équateur, laquelle est toujours le complément de la latitude ZA ; 3°. enfin l'angle en D qui est droit. Ainsi on pourra trouver le côté CD ; c'est l'arc de l'équateur qui fait connaître de combien la durée de la moitié du jour surpasse six heures, lesquelles répondent au quart de cercle AC : car, puisque l'arc semi-diurne est AD, et que le quart de cercle AC donne six heures, l'arc CD, qui est l'autre partie de AD, marquera l'excès de la moitié du jour sur 6 heures. Voici la proportion qui fera trouver l'arc CD : *La tangente de l'angle* C *est à la tangente de l'arc* SD, *comme le sinus total est au sinus de l'arc* CD ; c'est-à-dire, *la tangente du complément de la latitude est à la tangente de la déclinaison du Soleil, comme le sinus total est au sinus de l'arc cherché.*

En supposant que la latitude est de 49° et la déclinaison du Soleil de 20° vers le pôle élevé, on trouvera que l'arc cherché CD est de 24° 45′, qui, étant réduits en heures, donnent 1^h 39′. Il faut donc ajouter 1^h 39′ à 6^h ; la somme 7^h 39′ sera l'arc semi-diurne qu'on cherche. Si la déclinaison du Soleil avait été vers le pôle abaissé, il aurait fallu ôter 1^h 39′ de six heures, le reste 5^h 21′ aurait été l'arc semi-diurne.

24. L'arc CD est ce qu'on appelle la différence ascensionnelle (Liv. I, art. 57), parce que le point C de l'équateur étant dans le plan de l'horizon en même tems que le point S, cet arc est compris entre le point C de l'équateur qui se lève sur l'horizon en même tems que le Soleil, et le cercle de déclinaison de cet astre. Ainsi, pour trouver la différence ascensionnelle du Soleil ou d'un autre astre, il faut dire : *La tangente du complément de la latitude est à la tangente de la déclinaison de l'astre, comme le sinus total est au sinus de la différence ascensionnelle.*

25. Nous passons présentement au problème suivant, qui

a pour objet de déterminer l'amplitude, soit orientale, soit occidentale du Soleil ou de quelqu'autre astre, dont on connaît la déclinaison. Il faut se souvenir que l'amplitude d'un astre est l'arc de l'horizon compris entre l'équateur et l'endroit où cet astre, par exemple le Soleil, se lève ou se couche; ou, ce qui revient au même, l'amplitude orientale du Soleil est la distance de l'*est* ou du vrai orient au point où le Soleil se lève; et l'amplitude occidentale est la distance de l'*ouest* ou du vrai occident au point où le Soleil se couche.

PROBLÈME III.

26. *La latitude du lieu ou la hauteur du pôle étant donnée, avec la déclinaison du Soleil et la réfraction horizontale, trouver l'amplitude orientale ou occidentale du Soleil.*

Soit le méridien HZPR (fig. 13) qui passe par le zénith Z et le pôle P : soit aussi l'horizon HR, l'équateur AT, le parallèle que décrit le Soleil ESF, et le Soleil S, que l'on voit le matin avant qu'il soit arrivé à l'horizon HR, parce que la réfraction le fait paraître plus élevé qu'il n'est effectivement : l'élévation, qui est l'effet de la réfraction, est mesurée par l'arc SO du vertical ZOS que l'on conçoit passer par le Soleil : l'arc PSD sera un quart de cercle de déclinaison qui passe aussi par le Soleil. Cela posé, on connaît, comme dans le dernier problème, les trois côtés du triangle sphérique ZPS, savoir PS, qui est le complément de la déclinaison DS vers le pôle élevé; ZP qui est le complément de la hauteur du pôle PR; et enfin ZOS, somme du quart de cercle ZO, plus de la réfraction horizontale SO qui est de 33′. Ainsi on pourra trouver l'angle PZS, dont la mesure est l'arc OR de l'horizon. Mais d'ailleurs l'amplitude est l'arc CO, parce qu'il est compris entre le point C qui est l'intersection de l'équateur avec l'horizon et le point O où le Soleil se lève. Or cet arc CO est le complément de l'arc OR, parce que l'arc CR de l'horizon est un quart de cercle compris entre l'équateur et le méridien. Par conséquent l'amplitude est le complément de l'angle PZS, lorsque la déclinaison du Soleil est vers le pôle élevé. Mais si le Soleil dé-

cline du côté du pôle abaissé, l'amplitude sera la différence ou l'excès de l'angle PZ*s*, ou de sa mesure *o*R, sur un quart de cercle : car, en concevant le Soleil au point *s* du parallèle I*s*L, l'amplitude est l'arc C*o* de l'horizon, et la mesure de l'angle PZ*s* est *o*R. Or il est évident que C*o* est l'excès de *o*R sur le quart de cercle CR.

27. Pour trouver l'angle PZS, 1°. on cherchera l'excès du plus grand côté ZS sur le plus petit ZP, et on l'ajoutera à la base PS, puis on prendra la moitié de la somme. 2°. On retranchera cet excès de la même base, et on prendra la moitié de la différence : et le reste comme dans le premier problème. Voici un exemple dans lequel on suppose la latitude de 49°, et la déclinaison de 23° 28′ : cette déclinaison est vers le pôle élevé, et par conséquent PS est de 66° 32′, parce qu'il est le complément de la déclinaison. Ce serait la somme de la déclinaison et de 90°, si le Soleil était au midi de l'équateur, ou qu'il eût une déclinaison australe, comme cela arrive en automne et en hiver.

Ce problème est d'un grand usage dans la navigation pour trouver de combien décline la boussole.

EXEMPLE.

ZS=90° 32′	log sin	9,99998			PS=66° 32′	
ZP=41	log sin	9,81694			ZS—ZP=49 32	
ZS—ZP=49 32	som.	19,81692	différence,		17 0	
PS=66 32			moit. de la différ.		8 30	
somme,	116° 4′					
moit. de la som.	58 2	log sin	9,92858			
moitié de la dif.	8 30	log sin	9,16970			
double du logar du rayon			20,00000			
		somme	39,09828			
somme des log sin de ZS et ZP			19,81692			
		reste	19,28136		25° 55′ ½	
		moitié du reste	9,64068	log sin de 25	55 ½	
				somme	51° 51′	

Le complément de 51° 51′ est 38° 9′; ainsi l'amplitude est 38° 9′.

28. Si on n'avait point égard à l'effet de la réfraction, il faudrait concevoir le Soleil au plan de l'horizon, et pour lors ZS ne serait que de 90° : mais on trouverait l'amplitude, en suivant la même méthode, de 37° 22′.

29. Quand on a égard à la réfraction, on trouve l'amplitude vers le pôle élevé plus grande que celle qui est du côté du pôle abaissé, la déclinaison du Soleil étant la même vers l'un et l'autre pôle. La raison de cette diversité devient sensible par la figure 13 : car s'il n'y avait point de réfraction, le Soleil ne paraîtrait que quand il est arrivé aux points M et *m*, qui sont les points d'intersection des parallèles EF et IL avec l'horizon; et par conséquent les deux amplitudes auraient été CM et C*m* qui sont égales, parce que les parallèles sont également éloignés de l'équateur. Or il est évident, que par la réfraction, l'amplitude CO devient plus grande que CM; et qu'au contraire l'autre amplitude C*o* devient moindre que C*m*.

30. Mais l'augmentation d'une part est égale à la diminution de l'autre : c'est pourquoi, si l'on ajoutait les deux amplitudes CO et C*o* causées par la réfraction, et qu'on prît la moitié de la somme, cette moitié serait égale à l'amplitude CM ou C*m* que le Soleil aurait, s'il n'y avait point de réfraction.

31. Si l'on n'avait point égard à la réfraction, on pourrait trouver l'amplitude C (fig. 14) plus aisément par le moyen du triangle CDS rectangle en D, dont on connaît, 1°. le côté DS, qui est la déclinaison du Soleil; 2°. l'angle opposé SCD égal à l'élévation ACH de l'équateur, laquelle est le complément de la latitude; 3°. enfin l'angle en D, qui est droit à cause du cercle de déclinaison PD qui est perpendiculaire à l'équateur. Ainsi, pour trouver l'amplitude CS, il n'y aura qu'à faire cette proportion : *Le sinus de l'angle* C, *complément de la latitude, est au sinus de la déclinaison* DS, *comme le sinus total est au sinus de l'amplitude*. Dans l'exemple que nous avons donné, le complément de la latitude est de 41°, la déclinaison du Soleil est de 23° 28′; par conséquent les logarithmes des trois

premiers termes de l'analogie énoncée seront 9,81694; 9,60012; 10,00000, dont le premier étant ôté de la somme des deux autres, le reste sera le nombre 9,78318, qui est le logarithme du sinus de 37° 22′.

PROBLÈME IV.

32. *Connaissant la hauteur du pôle avec la déclinaison du Soleil, trouver la hauteur sur l'horizon à quelque heure que ce soit du jour.* Ce problème est l'inverse de l'art. 16.

Soit le méridien HZPR (fig. 15) qui passe par le zénith Z et par le pôle P : soit aussi l'horizon HR, l'équateur AT et le Soleil au point S; l'arc PSD sera un quart de cercle de déclinaison qui passe par le Soleil, et ZSO sera un autre quart de cercle du vertical qui passe aussi par cet astre. Cela étant, il s'agit de trouver l'arc SO qui mesure la hauteur du Soleil sur l'horizon. Or on trouvera ZS, qui est le complément de cet arc, par le triangle sphérique ZPS : car dans ce triangle on connaît trois choses : savoir, le côté PZ, complément de la latitude ZA; le côté PS, complément de la déclinaison du Soleil SD; et enfin l'angle ZPS ou APD mesuré par l'arc AD, dont on connaît les degrés par le tems qui est entre midi et le moment pour lequel on veut savoir la hauteur du Soleil, en prenant 15 degrés pour chaque heure (Livre III, art. 32) : si, par exemple, on veut savoir la hauteur du Soleil à $8^h \frac{1}{2}$ du matin, comme il y a $3^h \frac{1}{2}$ depuis ce moment jusqu'à midi, l'arc AD sera de 52° 30′. Ainsi, dans le triangle ZPS on connaît deux côtés et l'angle qu'ils comprennent. On cherchera donc la hauteur SO, complément du côté ZS, par ce côté qui est opposé à l'angle ZPS. Il faut concevoir l'arc SX tiré perpendiculairement sur le côté PZ prolongé, s'il est nécessaire, ou du côté de P, ou du côté de Z : cet arc perpendiculaire, que nous supposons moindre que 90°, tombera du côté de l'angle aigu formé par SP et par PZ prolongé, comme on vient de le dire : c'est pourquoi, si l'angle SPZ est aigu, l'arc SX tombera du côté de cet angle; mais si l'angle SPZ est obtus, l'arc perpendiculaire tombera de l'autre côté. Cela posé, on cherchera d'abord le premier

segment PX, que l'on trouvera par l'analogie suivante, tirée du triangle sphérique SXP rectangle en X, dont on connaît l'hypoténuse PS et l'angle XPS ou APD.

33. *Le cosinus de l'angle* P, c'est-à-dire, *le sinus du complément de cet angle, est au sinus total, comme la cotangente de l'hypoténuse* PS *est à la cotangente du côté* PX.

34. Le quatrième terme qu'on trouvera peut convenir à un arc plus grand que 90°, ou au supplément de cet arc. Or on connaîtra que l'arc ou le segment PX est plus grand que 90°, lorsque l'hypoténuse Ps est plus grande qu'un quart de cercle: car comme le côté ou l'arc perpendiculaire SX est pris moindre que 90° degrés, si on suppose l'hypoténuse PS plus grande que 90°, il faut que l'autre côté PX soit aussi plus grand que 90° (18) : mais si PS est moindre que 90°, le segment PX est aussi plus petit que 90°; en un mot, le segment PX est de même espèce que l'hypoténuse PS : d'où il suit que PX ne peut surpasser 90° que quand le Soleil décline vers le pôle abaissé ou inférieur.

35. Quand on aura trouvé PX, comme d'ailleurs on connaît le côté PZ, on trouvera aussi l'autre segment ZX : car 1°. si l'angle connu P est aigu, et que PX soit moindre que PZ, il faudra ôter PX de PZ; le reste sera ZX, parce que, dans ce cas, l'arc perpendiculaire SX tombe en dedans du triangle PSZ. 2°. Si, l'angle P étant encore aigu, PX est plus grand que PZ, il faudra ôter PZ de PX, le reste sera ZX; car alors l'arc SX tombe hors du triangle PSZ du côté de Z. 3°. Enfin, si l'angle P est obtus, on ajoutera PZ à PX; la somme sera ZX, parce que pour lors l'arc perpendiculaire tombe hors du triangle PSZ du côté de P. Le segment ZX étant connu, on trouvera le côté ZS par cette seconde analogie.

Le cosinus de l'arc PX *est au cosinus de* ZX, *comme le cosinus du côté* PS *est au cosinus du côté* ZS, c'est-à-dire *au sinus de l'arc* SO qui est la hauteur du Soleil pour le moment supposé.

Si la latitude est de 48° 51′, la déclinaison du Soleil de 23° 28′, et qu'on veuille connaître la hauteur du Soleil à $8^h\frac{1}{2}$.

du matin, les trois premiers termes de la première proportion seront le cosinus de 52° 30′, valeur de l'angle P, le sinus total, et la cotangente de 66° 32′ = PS, dont les logarithmes sont 9,78445; 10,00000; 9,63761, qui feront trouver le nombre 9,85316 logarithme cotangente de 54° 30′, qui est la valeur du segment PX. Ainsi ce segment est plus grand que PZ, qui n'est que de 41° 9′: il faut donc retrancher PZ de PX, et le reste 13° 21′ sera l'autre segment ZX. Après cela on viendra à la seconde proportion, dont les trois premiers termes sont le cosinus de 54° 30′, celui de 13° 21′, et celui de 66° 32′, lesquels ont pour logarithmes 9,76305; 9,98810; 9,60012. Or, le premier de ces logarithmes étant retranché de la somme des deux autres, le reste sera de 9,82427, qui est le logarithme sinus de 41° 51′. Ainsi la hauteur SO du Soleil, qui est le complément du côté ZS, est de 41° 51′ à $8^h \frac{1}{2}$ du matin, la latitude du lieu étant de 48° 51′, et la déclinaison du Soleil de 23° 28′ vers le pôle élevé.

Si la déclinaison du Soleil avait été du côté du pôle inférieur, le segment PX aurait été (34) le supplément de 54° 30′, parce que, dans ce cas, le côté PS est plus grand que 90°.

36. Quand l'un des termes connus dont on prend le complément dans une analogie, est plus grand que 90°, alors ce complément est celui du supplément de ce terme. Or ce complément est la même chose que l'excès du même terme sur 90°: par exemple, si l'angle ZPS est de 105°, le supplément sera 75, dont le complément est 15. Or 15 est l'excès de 105 sur 90.

La latitude du lieu et la déclinaison du Soleil étant supposées les mêmes que dans l'exemple précédent, si l'on veut savoir la hauteur du Soleil à 5^h du matin, c'est-à-dire quand l'angle ZPS est le 105°, on trouvera cette hauteur de 8° 16′.

37. Au lieu de l'analogie de l'art. 33, on aurait pu se servir de celle-ci pour trouver le segment PX: *Le sinus total est au cosinus de l'angle* P, c'est-à-dire *au sinus du complément de cet angle, comme la tangente du côté* PS *est à la tangente du segment* PX.

38. Quand l'angle ZPS est aigu, s'il arrivait que le segment

PX fût égal au côté PZ, alors l'arc perpendiculaire SX se confondrait avec le côté SZ, qui ferait par conséquent le triangle ZPS rectangle en Z : dans ce cas, on trouverait ZS complément de la hauteur, par une analogie dans laquelle on comparerait les sinus des angles avec les sinus des côtés opposés, en disant :

Le sinus de l'angle droit PZS, *ou le sinus total, est au sinus du côté opposé* PS, *comme le sinus de l'angle* P *est au sinus du côté opposé* ZS.

39. Si on trouve la hauteur du Soleil à 6 heures, soit du matin, soit du soir, l'angle P sera droit ; et pour lors on trouvera ZS qui sera l'hypoténuse, par une seule analogie, en disant : *Le sinus total est au cosinus de* PZ, *comme le cosinus* PS *est au cosinus de* ZS ; c'est-à-dire *le sinus total est au sinus de la latitude, comme le sinus de la déclinaison du Soleil est au sinus de sa hauteur.* Si on suppose la latitude de 49°, et la déclinaison du Soleil de 20°, on trouvera la hauteur de 14° 58′.

Lalande a donné, dans son *Abrégé de Navigation*, des Tables horaires avec lesquelles on peut trouver la hauteur du Soleil dans tous les pays, ou l'heure qui répond à chaque hauteur.

40. Nous avons expliqué comment on trouve la hauteur du Soleil par observation, dans le second problème du troisième Livre ; et nous avons dit dans le même problème, art. 16, qu'on peut connaître tous les jours la hauteur du Soleil à midi, sans observation et sans calcul, pourvu que l'on connaisse sa déclinaison et l'élévation de l'équateur sur l'horizon ; car s'il décline vers le pôle élevé, sa hauteur méridienne est égale à la somme de sa déclinaison et de l'élévation de l'équateur : s'il décline vers le pôle inférieur, sa hauteur est égale à la différence de ces deux quantités : et enfin, si sa déclinaison est nulle, c'est-à-dire s'il répond à l'équateur, sa hauteur méridienne est égale à l'élévation de ce cercle.

41. Pour faire entendre plus facilement le problème suivant, nous ajouterons ce qui suit. Supposons que le cercle OMVN (fig 7) représente un plan horizontal, le diamètre MN le méridien, et les deux extrémités M et N le midi et le nord ; que le diamètre

OV désigne aussi le premier vertical, et les deux extrémités O et V l'orient et l'occident; enfin, que les deux diamètres AR, BT représentent deux autres verticaux, et le centre C le zénith par lequel passent tous les verticaux. Tous ces cercles étant perpendiculaires au plan horizontal, les lignes qui sont les intersections communes des cercles verticaux avec ce plan, font entr'elles les mêmes angles que ces verticaux font les uns avec les autres. Ainsi les lignes AR et BT font, avec la méridienne MN, les mêmes angles que les verticaux, représentés par ces lignes, font avec le méridien. Si on suppose qu'il y ait un style perpendiculaire élevé du point C, et que le Soleil S réponde au vertical désigné par AR, l'ombre du style sera dirigée selon la même ligne CA : de même, si le Soleil *s* répond au vertical BT, l'ombre du style tombera sur CB, dans la partie opposée au Soleil; ensorte que le Soleil étant toujours vers le midi par rapport à nous, l'ombre du style sera toujours dirigée vers le nord, quoique ce ne soit pas directement.

42. Cela posé, puisque la ligne d'ombre du style tombe sur celle qui représente le vertical du Soleil, il paraît que l'angle DCA, que doit faire la méridienne CD avec la ligne d'ombre CA, est le même que celui qui est compris entre le méridien et le vertical du Soleil du côté du nord, ou plutôt du pôle boréal, qui est le pôle élevé pour nous. Or cet angle est opposé par le sommet, et par conséquent égal à un autre qui est compris entre les mêmes cercles, et qui regarde le pôle abaissé. Il suffit donc de connaître la valeur de ce dernier angle, afin d'avoir celui que doit former la méridienne avec la ligne d'ombre. Or, cet angle étant donné, on tracera aisément la méridienne, comme nous allons le dire dans le problème suivant, qui ne suppose pas que le style soit perpendiculaire au plan : il est même plus commode dans la pratique de le faire courbe, ou du moins oblique.

PROBLÈME V.

43. *Tracer une méridienne sur un plan horizontal, par un seul point d'ombre de l'extrémité d'un style, la hauteur du*

pôle étant connue avec la déclinaison du Soleil et sa hauteur sur l'horizon.

On suppose que l'on a trouvé, par la méthode de l'article 6, Livre III, le pied du style, qui est le point C, fig. 7, et que l'on a pris le point d'ombre A ou B, auquel on a tiré la ligne d'ombre CA ou CB. Il s'agit donc de trouver quel angle doit faire la méridienne avec la ligne d'ombre, afin de tirer du point C une ligne CD qui fasse, avec CA ou CB, un angle DCA ou DCB, égal à celui qu'on a trouvé; cette ligne CD sera la méridienne cherchée. Or cet angle que doit faire la méridienne avec la ligne d'ombre, est le même (42) que l'angle compris entre le méridien et le vertical auquel répond le Soleil, soit qu'on prenne cet angle du côté du pôle élevé ou du côté du pôle abaissé. Soit le méridien HZPR (fig. 15), le vertical ZSO, auquel répond le Soleil S; l'angle AZS qui regarde le pôle inférieur, est celui qu'il faut chercher : cet angle est le supplément de PZS. Or on trouvera l'angle PZS par le triangle sphérique ZPS, dont on connaît les trois côtés, savoir, ZP complément de la latitude, PS complément de la déclinaison du Soleil, et ZS complément de la hauteur du Soleil : on se servira, pour cet effet, de la méthode expliquée dans le troisième problème (27); et, quand cet angle sera connu, on prendra son supplément AZS : c'est celui auquel doit être égal l'angle DAC ou DCB de la fig. 7; mais on observera qu'il faut tirer de la méridienne CD à l'orient de la ligne d'ombre, si le point d'ombre a été marqué avant midi; et à l'occident de cette ligne, si le point d'ombre a été pris après midi. Il est à propos de faire le calcul sur plusieurs points d'ombre, afin de s'assurer davantage de l'exactitude de l'opération.

On peut se servir du point d'ombre A ou B pour trouver la hauteur du Soleil selon la méthode expliquée dans le second problème du troisième Livre; ou si l'on connaît l'heure précise à laquelle on a marqué le point d'ombre, on trouvera la hauteur du Soleil par le problème précédent.

PROBLÈME VI.

44. *Connaissant l'obliquité de l'écliptique et la déclinaison du Soleil, trouver son ascension droite.*

L'ascension droite du Soleil n'est autre chose que l'arc de l'équateur compris entre l'équinoxe du printems ou le commencement d'*Aries* et le Soleil, en allant selon la suite des signes, c'est-à-dire, d'occident en orient. Le Soleil peut être, ou dans le premier quart de cercle de l'écliptique, lequel s'étend depuis le point équinoxial du printems jusqu'au point du solstice d'été ; ou dans le second qui est depuis ce dernier point jusqu'à celui de l'équinoxe d'automne ; ou dans le troisième qui est le suivant; ou enfin dans le quatrième. Il s'agit de savoir comment on trouve l'ascension droite dans chacun de ces quatre cas.

Soit le méridien AZPT (fig. 16), le pôle du monde P, l'équateur AT, l'écliptique EL qui coupe l'équateur au point I, le cercle de déclinaison PSD qui passe par le Soleil S, qui est tantôt à l'orient, tantôt à l'occident de l'intersection de l'équateur avec l'écliptique ; on aura le triangle SDI rectangle en D, parce que tout cercle de déclinaison est perpendiculaire à l'équateur. Or dans ce triangle sphérique on connaît trois choses; savoir, le côté SD qui est la déclinaison du Soleil, l'angle opposé I qui est l'obliquité de l'écliptique ou l'angle de l'écliptique avec l'équateur 23° 28′, et enfin l'angle droit. On pourra donc trouver l'arc ID de l'équateur par l'analogie suivante.

La tangente de l'angle I *est à la tangente du côté opposé* SD, *comme le sinus total est au sinus du côté* ID ; c'est-à-dire, *la tangente de l'obliquité de l'écliptique est à la tangente de la déclinaison du Soleil, comme le sinus total est au sinus de l'arc* ID.

45. Quand le Soleil est dans le premier et le quatrième quart de cercle, c'est-à-dire au printems et en hiver, il faut concevoir que le point d'intersection I est le commencement du Bélier ; et quand il est dans le second ou le troisième quart de cercle, savoir en été et en automne, il faut regarder ce point I comme l'équinoxe d'automne ou le commencement de la Ba-

lance. De plus, lorsque le Soleil est dans le premier quart de cercle, l'arc ID est son ascension droite : quand il est dans le second, l'ascension est le supplément de l'arc ID : lorsqu'il est dans le troisième quart de cercle, l'ascension droite est la somme de la demi-circonférence qu'il a déjà passée, et de l'arc ID; et quand il est dans le quatrième, l'ascension droite est la somme des trois quarts de cercle au-delà desquels il se trouve, c'est-à-dire, de 270°, et du complément de l'arc ID.

En supposant la déclinaison du Soleil de 20°, les logarithmes des trois premiers termes de l'analogie seront 9,63761; 9,56107; 10,00000 : le premier étant retranché de la somme des deux autres, le reste sera 9,92346, qui est le log sinus de 56° 58′. L'arc ID, dans cette hypothèse, est donc de 56° 58′. Par conséquent ce sera l'ascension droite dans le premier cas. Dans le second, l'ascension droite sera le supplément 123° 2′ : dans le troisième cas, ce sera 236° 58′; et dans le quatrième, 303° 2′.

PROBLÈME VII.

46. *La durée d'un jour, pour quelque lieu, étant connue avec la déclinaison du Soleil, trouver la latitude du lieu.*

Quand il s'agit de la durée d'un jour, on y renferme souvent l'augmentation causée par la réfraction, et quelquefois on n'y a point d'égard, c'est-à-dire, qu'on prend la durée d'un jour pour celle qu'il aurait, s'il n'y avait point de réfraction. Nous supposerons d'abord qu'on y ait égard, en comptant la durée du jour depuis le moment où le centre du Soleil paraît sur l'horizon, jusqu'à l'instant où il disparaît. Nous examinerons ensuite le second cas.

I. Cas. Il faut prendre la moitié du jour, qu'on réduira en degrés, en comptant 15 degrés pour chaque heure (Liv. III, art. 32); et on aura l'arc de l'équateur compris entre le méridien et le cercle de déclinaison qui passe par le Soleil lorsqu'il se lève ou qu'il se couche : par exemple, si la moitié du jour est $7^h\ 43'$, cet arc sera de 115° 45′; d'ailleurs on connaît, par hypothèse, la déclinaison du Soleil au tems de son lever ou de son coucher. Cela posé, soit le Soleil au point S (fig. 13),

dans le moment où il paraît sur l'horizon HR, quoiqu'il soit encore au-dessous, la réfraction horizontale sera l'arc SO du vertical ZOS qui passe par le zénith Z : en concevant un cercle de déclinaison PSD qui soit tiré du pôle P de l'équateur ou du monde, et qui passe par le Soleil, on aura le triangle sphérique PZS, dans lequel on connaît trois choses, 1°. l'angle ZPS ou APD mesuré par l'arc AD de l'équateur, lequel arc sera connu en prenant 15 degrés pour chaque heure ; 2°. le côté PS, qui est le complément de la déclinaison du Soleil, si cet astre est du côté du pôle élevé ; mais s'il décline vers le pôle abaissé, ce côté est la somme d'un quart de cercle et de la déclinaison ; 3°. le côté ZS, somme du quart de cercle ZO et de la réfraction horizontale SO, qui est de 32 minutes environ. Il s'agit de connaître le troisième côté ZP, qui est le complément de la latitude ZA.

47. Pour cela on se servira des deux analogies du problème IV : on imaginera donc un arc de grand cercle, comme SX (fig. 15), tiré du point S perpendiculairement sur le côté ZP prolongé, selon qu'il est nécessaire, ou vers P, ou vers Z : cet arc perpendiculaire, que nous supposons moindre qu'un quart de cercle, et qui tombera par conséquent du côté de l'angle ZPS, s'il est aigu, et de l'autre côté, s'il est obtus, formera les deux segmens PX, ZX, et fera le triangle rectangle SXP, par lequel on trouvera le segment PX en disant : *Le cosinus de l'angle* P, c'est-à-dire *le sinus du complément de cet angle est au sinus total, comme la cotangente de l'hypoténuse* PS *est à la cotangente du côté* PX, qui est de même espèce que PS (34).

48. Quand on connaîtra PX (fig. 15), on cherchera XZ par cette autre analogie : *Le cosinus de* PS *est au cosinus de l'autre côté connu* ZS, *comme le cosinus de* PX *est au cosinus de* ZX. Ce second segment ZX sera toujours plus grand qu'un quart de cercle : car, dans le triangle rectangle SXZ, l'hypoténuse ZS étant plus grande qu'un quart de cercle, les deux côtés SX et ZX sont de différente espèce (18). Or l'arc perpendiculaire SX est moindre que 90 degrés ; ainsi l'autre côté ZX est plus grand qu'un quart de cercle. D'où il suit que l'arc SX tombe toujours hors du triangle PZS, soit vers P, soit vers

Z, selon que l'angle ZPS est obtus ou aigu. Les deux segmens PX et ZX étant connus, on trouvera le côté PZ en comparant ensemble ces deux segmens ; car si on retranche le plus petit du plus grand, le reste sera le côté PZ : or le complément de PZ est la latitude ZA. Ainsi ce premier cas, qui est l'inverse du premier problème, contient une méthode pour trouver la hauteur du pôle, différente de celles que nous avons données dans le problème III du troisième Livre.

Voici un exemple dans lequel nous supposons que la moitié du jour, y compris l'effet de la réfraction, est de 7^h 43′, la déclinaison du Soleil étant de 20 degrés. On réduira d'abord 7^h 43′ en degrés ; on aura 115° 45′, qui sont la valeur de l'angle ZPS. D'ailleurs PS, complément de la déclinaison, est de 70°, et ZS est de 90° 32′ : ainsi les logarithmes des trois premiers termes de la première analogie sont les nombres 9,63794 ; 10,00000 ; 9,56107, qui feront trouver le quatrième 9,92313, pour le logarithme cotangente de 50° 3′, qui est la valeur du segment PX : après cela on viendra à la seconde analogie, dont les trois premiers termes ont pour logarithmes 9,53405 ; 7,96887 ; 9,80762. Or le premier de ces logarithmes étant retranché de la somme des deux autres, on aura le reste 8,24244, qui est le logarithme cosinus de 89° ; mais, comme ZX doit être plus grand que 90°, il sera égal à 91°, supplément de 89°. A présent, si l'on retranche PX de ZX, c'est-à-dire, 50° 3′ de 91°, le reste 40° 57′ sera le côté PZ, et le complément 49° 3′ sera la latitude ZA.

49. II. Cas. On peut se servir de la même méthode, quand on n'a point égard à la réfraction : dans ce cas, elle devient beaucoup plus courte ; car, le point S étant alors à l'horizon, l'arc perpendiculaire SX est la partie SR de l'horizon (fig. 14), puisque l'horizon est perpendiculaire au méridien HZPR ; et par conséquent l'on trouvera la hauteur du pôle PR par le triangle rectangle PRS, dont on connaît l'hypoténuse PS, l'angle SPR supplément de ZPS, et l'angle droit R. Il faut dire : *Le sinus total est au cosinus de l'angle* SPR, *comme la tangente*

de l'hypoténuse PS *à la tangente du côté* PR. Si la durée de la moitié du jour est de 7^h 39′, et la déclinaison du Soleil de 20°, les logarithmes des trois premiers termes de cette proportion seront 10,00000 ; 9,62186 ; 10,43893 : or, le premier de ces trois nombres étant retranché de la somme des deux autres, on trouve le reste 10,06079, qui est le logarithme tangente de 49° : c'est la hauteur du pôle PR.

50. Voici encore une autre méthode pour le second cas : on prendra la moitié du jour, et on réduira la différence de cette moitié à 6 heures, en degrés, minutes et secondes, en prenant 15 degrés pour une heure (Liv. III, art 32) : cette différence, ainsi réduite, sera la différence ascensionnelle, c'est-à-dire l'arc de l'équateur compris entre le cercle de déclinaison du Soleil et le point de l'équateur qui se lève ou se couche en même tems que le Soleil : si, par exemple, la moitié du jour est de 7^h 39′, on réduira la différence 1^h 39′ en degrés, et l'on aura la différence ascensionnelle égale à 24° 45′.

Dans la fig. 14, le cercle HZPR représente le méridien, les points Z et P, le zénith et le pôle du monde, HR l'horizon, AT l'équateur, S le Soleil, SD sa déclinaison ; l'arc CD sera donc la différence ascensionnelle, parce que c'est l'arc de l'équateur compris entre le cercle de déclinaison du Soleil et le point C, qui se lève ou se couche en même tems que le Soleil S, puisque ces deux points C et S sont tous les deux ensemble à l'horizon ; ainsi, dans le triangle CDS, rectangle en D, on connaît trois choses, le côté CD, le côté SD, et l'angle droit D ; par conséquent, l'on pourra trouver l'angle SCD égal à l'angle ACH, qui est l'élévation de l'équateur sur l'horizon, et dont la mesure est l'arc AH complément de la latitude AZ. Voici l'analogie qui fera trouver l'angle C. *Le sinus du côté* CD *est au sinus total, comme la tangente du côté* SD *est à la tangente de l'angle opposé* C ; c'est-à-dire, *le sinus de la différence ascensionnelle est au sinus total, comme la tangente de la déclinaison du Soleil est à la tangente du complément de la latitude.*

Voici l'exemple qu'on a déjà rapporté : la moitié du jour est

de 7^h 39′, et par conséquent la différence ascensionnelle sera de 24° 45′ : d'ailleurs la déclinaison du Soleil étant de 20°, les logarithmes des trois premiers termes de la proportion seront 9,62186 ; 10,00000 ; 9,56107 ; le premier étant ôté de la somme des deux autres, on trouvera le reste 9,93921, qui est le logarithme tangente de 41° dont le complément 49° est la latitude du lieu dans lequel la moitié du jour est de 7^h 39′, lorsque le Soleil décline de 20° vers le pôle élevé.

51. REMARQUES. 1°. La réfraction des rayons du Soleil causée par l'air, augmente, dans l'hypothèse présente, la moitié du jour d'environ 4 minutes ; c'est-à-dire, qu'à cause de la réfraction, la durée du demi-jour est de 7^h 43′ (3 et 20), au lieu qu'elle ne serait que de 7^h 39′ s'il n'y avait point de réfraction. 2°. Ce second cas est l'inverse du second problème, et l'analogie que nous employons ici est l'inverse de celle dont nous nous sommes servis dans l'article 23.

52. C'est par le second cas de ce problème que l'on détermine le commencement, la fin et la latitude ou la largeur des climats d'heures, ou plutôt de demi-heures. On veut savoir, par exemple, quelle est la largeur du huitième climat, c'est-à-dire de celui à la fin duquel le plus long jour est de 12 heures plus 8 demies, ou de 16 heures, sans y comprendre la réfraction ; car, dans la détermination des climats, on n'a point égard à la réfraction. Pour cela on cherche quelles sont les latitudes de deux lieux, dans l'un desquels la durée du jour est de 15^h 30′, et dans l'autre de 16^h, lorsque la déclinaison du Soleil vers le pôle élevé est de 23° 28′, auquel tems arrive le plus long jour de l'année : la différence de ces deux latitudes sera la largeur du huitième climat : on la trouvera d'environ 3° 30′. De plus, la latitude du premier lieu montrera le commencement de ce climat, et celle du second en marquera la fin.

PROBLÈME VIII.

53. *Trouver le commencement, la fin et la largeur des climats de mois.*

La largeur de ces climats dépend de la grandeur de l'arc de

l'écliptique qui reste toujours sur l'horizon, dans les lieux qui sont à la fin des climats, quoique la sphère fasse sa révolution journalière d'orient en occident. Ainsi, par exemple, pour qu'un lieu soit à la fin du premier climat de mois, il faut que l'arc de l'écliptique qui demeure toujours sur l'horizon de ce lieu soit assez grand, pour que le Soleil emploie un mois à le parcourir; car alors le jour sera d'un mois sur cet horizon; ainsi des autres climats de mois. Cet arc, qui demeure toujours sur l'horizon d'un lieu sans jamais descendre au-dessous, nous l'appelerons *arc supérieur*. L'arc supérieur de la fin du premier climat est à peu près de 30°; celui de la fin du second climat est de 60°, etc. Donc, pour déterminer la fin d'un climat de mois, par exemple du premier, il faut chercher quelle est la latitude du lieu dont l'arc supérieur est de 30°. Or pour cet effet, on observera que le milieu de l'arc supérieur est le point du solstice le plus près du pôle élevé. Ainsi, entre le milieu de cet arc et le point équinoxial, il y a un quart de cercle de l'écliptique que l'on doit concevoir coupé par un cercle de déclinaison, au point qui termine l'arc supérieur.

54. Pour mieux entendre ce dont il s'agit, l'on considérera la fig. 17, dans laquelle le méridien est HZPR, l'horizon HR, l'équateur AT, les deux tropiques EF et IL : si l'on conçoit que, par l'effet de la révolution de la sphère d'orient en occident, l'extrémité de l'arc supérieur réponde au méridien PRT, qui est un cercle de déclinaison (cela arrive lorsque cette extrémité touche l'horizon), RT sera la déclinaison de ce point de l'écliptique qui termine cet arc. Or RT est le complément de la hauteur du pôle PR, puisque l'arc PRT est un quart de cercle qui s'étend depuis le pôle jusqu'à l'équateur. Par conséquent, si l'on peut trouver la valeur de la déclinaison RT, on aura la hauteur du pôle PR, nécessaire pour que l'arc supérieur contienne 30°. Voici comment on trouvera la déclinaison RT de l'extrémité de cet arc. Concevons, que dans la fig. 16, l'arc SD représente la déclinaison RT de l'extrémité de l'arc supérieur, et que le point L de l'écliptique EL est l'extrémité de l'arc supérieur, ensorte que IS soit le complément de la moitié

de cet arc; alors on connaîtra trois choses dans le triangle sphérique SID rectangle en D; savoir, l'angle droit, l'angle I qui est l'obliquité de l'écliptique, et le côté IS, qui, dans notre exemple, est de 75°, parce que c'est le complément de 15°, moitié de l'arc supérieur qu'on suppose de 30°. Ainsi l'on trouvera la déclinaison SD du point S par cette proportion : *Le sinus total est au sinus de l'hypoténuse* IS, *comme le sinus de l'obliquité de l'écliptique est au sinus de l'arc* SD, *qui est la déclinaison du point* S, complément de la hauteur du pôle : elle se trouvera de 67° 23′.

On trouvera, de la même manière, que la fin du second climat est à 69° 50′ de latitude; que la fin du troisième climat est à 73° 39′; que la fin du quatrième est à 78° 31′; que la fin du cinquième est à 84° 5′. Pour le sixième il finit au pôle. Le commencement du premier climat est au cercle polaire; celui du second est à la fin du premier; celui du troisième est à la fin du second, ainsi de suite. Or en prenant la différence des latitudes du commencement et de la fin de chaque climat, l'on aura sa largeur : celle du premier est 51′, celle du second est 2° 27′, celle du troisième 3° 49′, celle du quatrième 4° 52′, celle du cinquième 5° 34′, celle du sixième 5° 55′.

55. On peut aussi, par une proportion qui ne diffère pas de la précédente, trouver la grandeur de l'arc supérieur, et par conséquent la durée du plus long jour d'un lieu dont on connaît la hauteur du pôle. Pour cela, on dira : *L'obliquité de l'écliptique est à la déclinaison* SD, *complément de la hauteur du pôle, comme le sinus total est au sinus de l'hypoténuse* IS, *complément de la moitié de l'arc supérieur.* On sent bien que cela ne convient qu'aux différens lieux de la zone froide.

56. Nous avons dit (Liv. II, art. 12) que les climats d'heure, ou plutôt de demi-heure, sont d'autant moins larges, qu'ils sont plus éloignés de l'équateur, ou plus près des cercles polaires. Pour en concevoir la raison, il faut faire attention que la durée du plus long jour de ces climats dépend de la partie supérieure du tropique qui est vers le pôle élevé; par conséquent le Soleil décrivant le tropique et chaque parallèle en

24 heures, si l'arc supérieur ou diurne du tropique du Cancer contient 7° 30′ de plus pour un lieu que pour un autre, il est nécessaire que le 21 juin, jour auquel le Soleil décrit ce tropique, et qui est le plus grand de toute l'année dans la sphère boréale, soit plus long d'une demi-heure dans le premier lieu que dans le second. Or on voit aisément, par le moyen d'une sphère, qu'il faut moins élever le pôle, pour augmenter de 7° 30′ l'arc diurne du tropique, quand la latitude est plus grande, que lorsqu'elle l'est moins; et d'ailleurs on sait que la latitude croît autant que l'élévation du pôle. Ainsi il faut une moindre différence de latitude pour causer une demi-heure de plus ou de moins dans la durée du plus long jour, lorsque le lieu est plus éloigné de l'équateur que quand il l'est moins. Par conséquent, la latitude des climats de demi-heure est moindre vers les cercles polaires que vers l'équateur.

57. Au contraire la latitude des climats de mois va en augmentant vers les pôles. Observons d'abord que la durée des jours dans ces climats ne dépend plus de la grandeur de l'arc diurne du tropique, mais de celle de l'arc supérieur de l'écliptique, c'est-à-dire celui qui demeure toujours sur l'horizon pendant la révolution entière de la sphère, à cause de la grande élévation du pôle. Cela posé, concevons que la hauteur du pôle soit de 66° 32′: dans cette situation le point de l'écliptique le plus proche du pôle élevé ne peut descendre sous l'horizon, puisqu'il n'est éloigné de ce pôle que de 66° 32′; mais si le pôle est élevé de 51 minutes de plus, il y aura un arc de 30° de l'écliptique qui demeurera toujours sur l'horizon, quoique la sphère fasse sa révolution; par conséquent le Soleil restera continuellement sur l'horizon, tandis qu'il parcourra cet arc, c'est-à-dire pendant un mois. Présentement, si l'on veut que l'arc de l'écliptique qui demeure toujours sur l'horizon soit de 60°, il faudra élever le pôle de la sphère de plus d'un degré et demi (je suppose que la hauteur du pôle soit déjà environ de 67° 23′, telle qu'elle doit être à la fin du premier climat de mois): la différence de la hauteur du pôle doit encore être plus grande, pour passer de la fin du

second climat à celle du troisième, que pour passer de la fin du premier climat à celle du second; ainsi de suite. Tout cela dépend de la situation de l'écliptique, et peut s'entendre quand on a une sphère devant les yeux.

PROBLÈME IX.

58. *Trouver la plus courte distance de deux lieux, par exemple de deux villes dont on connaît la latitude et la longitude.*

Soient les deux villes B et C (fig. 18), placées sur les méridiens PA et PE qui se coupent au pôle P : soit AE l'arc de l'équateur compris entre les deux méridiens : les deux arcs AB et EC seront les latitudes que je suppose de même dénomination, c'est-à-dire, ou toutes deux septentrionales, ou toutes deux méridionales : ainsi les deux arcs PB et PC seront les complémens des latitudes, parce que les deux arcs PA et PE, qui s'étendent depuis un pôle jusqu'à l'équateur, sont des quarts de cercle. Par conséquent l'on connaît trois choses dans le triangle sphérique BPC; savoir, les deux côtés PB et PC, et l'angle P compris entre ces côtés, lequel a pour mesure l'arc AE de l'équateur, c'est-à-dire la différence des méridiens : ainsi l'on pourra trouver le troisième côté BC, qui est la distance des deux villes. Pour cela, il faudra concevoir un arc BX de grand cercle tiré perpendiculairement de l'extrémité du côté PB, que je suppose moindre que l'autre côté PC : cet arc tombera nécessairement du côté de l'angle aigu : ainsi, quand l'angle BPC est aigu, l'arc tombe du côté de cet angle; et si BPC est obtus, l'arc tombe de l'autre côté; auquel cas il faut imaginer le côté PC prolongé vers P. L'arc perpendiculaire BX tombant sur le côté PC, prolongé vers P, si cela est nécessaire, forme deux segmens PX et CX. Or on trouvera d'abord PX par cette première proposition, tirée du triangle rectangle PXB.

59. *Le cosinus de l'angle* P *est au sinus total, comme la cotangente de l'hypoténuse* PB *est à la cotangente de* PX, qui est de même espèce que PB.

Par cette proportion, l'on trouvera le premier segment PX,

(fig. 18), qui fera aussi connaître le second segment CX, en comparant le premier segment PX avec le côté PC, et retranchant l'un de l'autre, si l'angle BPC est aigu; mais si cet angle est obtus, on ajoutera PX avec PC : dans le premier cas, le reste ou la différence de PX à PC sera l'autre segment CX : dans le second cas, ce segment sera la somme de PX et de PC. Quand CX sera connu, on fera cette seconde proportion pour trouver le côté cherché BC.

60. *Le cosinus du premier segment* PX *est au cosinus de l'autre segment* CX, *comme le cosinus de* PB *est au cosinus de* BC. Ce côté BC, qui est l'hypoténuse du triangle rectangle BXC, sera plus petit qu'un quart de cercle, si le segment CX, côté de l'angle droit, est moindre que 90 degrés, parce que l'arc perpendiculaire BX, qui est l'autre côté de cet angle droit, est aussi plus petit que 90 degrés; mais l'hypoténuse BC sera plus grande qu'un quart de cercle, si le segment CX est plus grand que 90 degrés; en un mot, le côté cherché BC est de même espèce que le segment CX.

Voici un exemple dans lequel nous chercherons la distance de Paris à Constantinople, en supposant la latitude de Paris de 48° 51′, celle de Constantinople de 41°, et la différence des méridiens ou des longitudes de 26° 33′ 30″. Cela étant, PB sera de 41° 9′, et PC de 49° : l'un et l'autre sont les complémens des latitudes. L'angle BPC, qui est la différence des longitudes, sera 26° 33′ 30″; la première analogie sera donc : *Le cosinus de* 26° 33′ 30″ *est au sinus total, comme la cotangente de* 41° 9′ *est à la cotangente de* PX, qui se trouvera de 38° 1′. Comme il est moindre que PC, et que d'ailleurs l'angle P est aigu, il faut le retrancher du côté PC; le reste 10° 59′ sera l'autre segment CX; puis l'on fera la seconde analogie : *Le cosinus de* 38° 1′ *est au cosinus de* 10° 59′, *comme le cosinus de* 41° 9′ *est au cosinus du côté cherché* BC, qui se trouvera de 20° 14′. Or chaque degré d'un grand cercle contient 25 lieues; par conséquent la plus courte distance de Paris à Constantinople est de 506 lieues. Si on veut évaluer cette distance ou toute autre en myriamètres, on fera attention

que, d'après l'art. 31, Liv. III, un degré d'un grand cercle est de 11 myriamètres $\frac{11}{100}$ à très-peu près. *Voy.* d'ailleurs l'explication qui est à la suite de la table des longitudes et latitudes, (art. 66.)

61. Si la différence des longitudes entre deux villes était de 90 degrés, et que, par conséquent, l'angle BPC fût droit, il faudrait faire une analogie semblable à celle de l'art. 39, en disant : *Le sinus total est au sinus de la latitude d'une de ces villes, comme le sinus de la latitude de l'autre est au sinus du complément de* BC, *distance des deux villes.*

62. Quand les latitudes sont de différentes dénominations, pour lors un des côtés de l'angle P contient un quart de cercle, et de plus la latitude du lieu le plus éloigné du pôle P : par exemple, si les deux lieux sont B et F, le triangle sphérique sera BPF, et le côté PF contiendra le quart de cercle PE, plus l'arc EF qui est la latitude du lieu F; mais on trouvera toujours la distance BF par la méthode expliquée dans le problème.

63. Si les deux villes avaient la même longitude, ou, ce qui revient au même, si elles étaient sur le même méridien, alors la distance des deux villes serait la différence des latitudes : par exemple, si une ville était au point B et l'autre au point D, la distance des deux villes serait BD, différence des latitudes.

64. Quand les deux villes sont situées sur l'équateur, comme au point A et au point E, la différence des longitudes, c'est-à-dire l'arc de l'équateur AE est la distance cherchée; mais si les deux villes avaient la même latitude, et qu'elles fussent par conséquent sur un même parallèle, alors leur distance ne serait pas l'arc de parallèle compris entre les deux villes : ce serait l'arc d'un grand cercle qui passerait par ces deux villes. La raison en est que le chemin le plus court pour aller d'une ville à une autre qui est sur le même parallèle que la première, n'est pas de suivre l'arc de ce parallèle, mais plutôt l'arc de grand cercle compris entre les deux villes (Livre III, art. 41); et la différence entre ces deux arcs est d'autant plus grande, que les deux villes sont plus éloignées de l'équateur.

65. Afin de connaître dans ce cas la distance des deux villes, que je suppose placées aux points D et C (fig. 18), il faut trouver la base DC du triangle isocèle DPC dont on connaît les côtés égaux PD et PC qui sont les complémens des latitudes, et l'angle P qui est la différence des longitudes. Or, pour cela, on concevra l'arc PM de grand cercle abaissé perpendiculairement sur la base DC, et l'on aura les deux triangles rectangles PMD, PMC, qui sont égaux en tout : on pourra trouver CM, moitié de la base DC, par le triangle PMC rectangle en M, en faisant la proportion suivante (5) : *Le sinus total est au sinus du côté* PC, *complément de la latitude, comme le sinus de l'angle* CPM, *qui est la moitié de la différence des longitudes, est au sinus de* CM.

PROBLÈME X.

66. *Connaissant les latitudes de deux lieux, et leur plus courte distance, trouver leur différence en longitude.*

Soient les deux lieux B et C placés sur les méridiens PA et PE qui se coupent au pôle P ; soit aussi AE l'arc de l'équateur compris entre les méridiens, lequel arc est la différence des longitudes. Les latitudes BA et CE sont supposées connues ; par conséquent l'on aura les deux côtés PB et PC du triangle sphérique BPC, parce que ce sont les complémens des latitudes : d'ailleurs, par hypothèse on connaît aussi la distance BC, que l'on réduira en degrés d'un grand cercle, en prenant un degré pour 57070 toises ou environ, et une minute pour 951 (Livre III, art. 25). Ainsi les trois côtés du triangle sont connus. On trouvera donc l'angle P par la méthode du premier problème. Or la mesure de cet angle est l'arc AE, puisque l'angle P est au pôle, et que cet arc est une partie de l'équateur. Ainsi on connaîtra la différence des longitudes ou des méridiens, qui est la même chose que l'arc AE.

Voici une Table des différences de longitudes entre les principales villes du monde et Paris, avec leurs latitudes : elle est tirée du livre de la *Connaissance des Tems*, imprimé tous les ans par le Bureau des Longitudes de Paris.

TABLE

Des longitudes et des latitudes des principales villes du Globe, et de leurs plus courtes distances à Paris.

NOMS DES VILLES.	NOMS DES CONTRÉES.	Longitude comptée de Paris.	LATITUDE.	Distance à Paris comptée en myriam.
Ajaccio	Isle de Corse	6° 23′ 49″ E	41° 55′ 1″ N	91,600
Alep	Turquie	34.50. 0 E	36.11.25 N	314,370
Alexandrie	Egypte	27.35.30 E	31.13. 5 N	302,702
Alger	Afrique	0.41. 5 E	36.48.36 N	133,774
Amsterdam	Hollande	2.33. 0 E	52.22.17 N	43,178
Angoutil	Madagascar	48. 3.15 E	15.27.23 S	856,557
Anvers	Belgique	2. 3.55 E	51.13.16 N	30,323
Archangel	Russie	36.39.15 E	64.33.36 N	277,261
Astrakan	Perse	45.42.30 E	46.21.12 N	338,673
Athènes	Grèce	21.25.59 E	37.58. 1 N	209,824
Bagdad	Asie	42. 4.30 E	33.19.40 N	385,889
Barcelone	Espagne	0.10.12 O	41.21.45 N	83,051
Batavia	Indes	104.33.46 E	6.12. 0 S	1158,124
Berlin	Prusse	11. 2. 0 E	52.31.17 N	87,674
Bombay	Indes	70.18. 0 E	18.56.40 N	699,800
Bordeaux	France	2.54.14 O	44.50.14 N	49,524
Boston	Amérique	73.19. 0 O	42.21.11 N	552,189
Bremen	Allemagne	6.27.15 E	53. 4.32 N	65,217
Breslau	Silésie	14.42. 3 E	51. 6.30 N	107,823
Brest	France	6.49. 0 O	48.23.14 N	50,320
Bruxelles	Belgique	2. 2. 0 E	50.50.59 N	26,667
Buenos-Aires	Amérique	60.51.45 O	34.35.26 S	1104,551
Bukarest	Valaquie	23.48. 0 E	44.26.45 N	187,144
Cadix	Espagne	8.37.37 O	36.32. 0 N	153,561
Caire (le)	Egypte	28.58.30 E	30. 2.21 N	321,270
Canton	Chine	110.42.30 E	23. 8. 9 N	947,884
Cap-Français	St.-Domingue	74.38.10 O	19.46.20 N	724,940
Cap de Bonne-Espérance	Afrique	16. 3.45 E	33.55.15 S	933,203
Cassel	Allemagne	7.15. 3 E	51.19.20 N	58,572
Calcuta	Indes	86. 9.30 E	22.34.45 N	786,051
Cayenne	Amérique	54.35. 0 O	4.56.15 N	706,544
Chandernagor	Indes	86. 9.15 E	22.51.26 N	783,803
Cherbourg	France	3.57.18 O	49.38.31 N	30,066
Constantinople	Turquie	26.35. 0 E	41. 1.27 N	224,843
Copenhague	Danemarck	10.14. 0 E	55.41. 4 N	102,901
Cracovie	Pologne	17.35.45 E	50. 3. 5 N	127,529
Dantzick	*Idem*	16.18.15 E	54.20.48 N	127,704
Dresde	Saxe	11.22.46 E	51. 2.50 N	84,890
Dublin	Irlande	8.39. 0 O	53.21.11 N	78,393

SUITE DE LA TABLE *des Latitudes et des Longitudes.*

NOMS DES VILLES.	NOMS DES CONTRÉES.	Longitude comptée de Paris.	LATITUDE.	Distance à Paris comptée en myriam.
Dunkerque.....	France.....	0° 2′ 23″ E	51° 2′ 10″ N	24,425
Edimbourg.....	Ecosse.....	5.30.30 O	55.55.57 N	87,506
Florence.....	Italie.....	8.43.30 E	43.46.30 N	87,362
Francfort sur le Mein.....	Allemagne....	6.15.45 E	50. 7.29 N	47,420
Gênes.....	Italie.....	6.32. 5 E	44.25. 0 N	69,944
Genève.....	Suisse.....	3.49.15 E	46.12. 0 N	40,967
Gibraltar.....	Espagne.....	7.39.46 O	36. 6.30 N	154,548
Goa.....	Indes.....	71.25. 0 E	15.31. 0 N	735,579
Gotha.....	Saxe.....	8.23.45 E	50.56. 8 N	64,434
Hambourg.....	Allemagne....	7.38. 0 E	53.34.30 N	77,231
Havane (I. de Cuba	Amérique.....	84.43. 8 O	23. 9.27 N	771,165
Horn (cap de)....	*Idem*.....	69.41.29 O	55.58.30 S	1330,485
Jackson (port)...	Nouv.-Hollande	148.54.30 E	33.52.20 S	1695,250
Jakutsk.....	Sibérie.....	127.22.15 E	62. 1.50 N	683,060
Jérusalem.....	Turquie Asiat..	33. 0. 0 E	31.46.34 N	333,719
Irkuteck.....	Sibérie.....	101.51.15 E	52.16.41 N	657,265
Ispahan.....	Perse.....	49.30. 0 E	32.24.34 N	446,086
Kasan.....	Russie.....	47. 9.30 E	55.43.58 N	322,821
Kœnisberg.....	Prusse.....	18. 9. 0 E	54.42.12 N	140,223
Lima.....	Pérou.....	79.27.45 O	12. 2.45 S	1025,056
Lisbonne.....	Portugal.....	11.27.48 O	38.42.18 N	146,300
Londres (St.-Paul)	Angleterre....	2.25.46 O	51.30.49 N	34,403
Lyon.....	France.....	2.29. 9 E	45.45.52 N	38,925
Macao.....	Chine.....	111.15. 0 E	22.12.44 N	959,381
Madras.....	Indes.....	78. 8.45 E	13. 4.54 N	804,830
Madrid.....	Espagne.....	6. 2.30 O	40.24.57 N	104,986
Malaca.....	Indes.....	99.45. 0 E	2.12. 0 N	1052,575
Manille.....	Iles Philippines.	118.32. 0 E	14.36. 8 N	1073,023
Marseille.....	France.....	3. 2. 0 E	43.17.49 N	65,826
Mekke (la).....	Arabie.....	37.54.25 E	21.28. 9 N	451,520
Mexico.....	Amérique.....	101.25.20 O	19.25.57 N	918,582
Milan.....	Italie.....	6.51.30 E	45.27.59 N	63,909
Monterey.....	Californie.....	124. 2. 0 O	36.35.30 N	902,214
Montevideo.....	Amérique.....	58.34.45 O	34.54.48 S	1095,534
Moskow.....	Russie.....	35.12.45 E	55.45.45 N	248,228
Munich.....	Bavière.....	9.15. 0 E	48. 8.20 N	68,527
Nangasaki.....	Japon.....	127.35. 0 E	32.45. 5 N	955,622
Nankin.....	Chine.....	116.27. 0 E	32. 4.40 N	903,247
Naples.....	Italie.....	11.55.30 E	40.50.15 N	129,061
Nouvelle-Orléans.	Amérique.....	92.18.45 O	29.57.45 N	770,333
Odessa.....	Russie.....	28.17.35 E	46.29.30 N	212,070
Oxford.....	Angleterre.....	3.35.45 O	51.45.40 N	41,330
Owihée.....	Iles Sanwich...	158.19. 0 O	20.17. 0 N	1202,477
Palerme.....	Sicile.....	11. 1.45 E	38. 6.45 N	167,420

SUITE DE LA TABLE *des Longitudes et des Latitudes.*

NOMS DES VILLES.	NOMS DES CONTRÉES.	Longitude comptée de Paris.	LATITUDE.	Distance à Paris comptée en myriam.
Palme	Ile Majorque	0°19′ 0″E	39°34′ 4″N	103,031
Paris	France	0. 0. 0	48.50.13 N	0,0
Pékin	Chine	114. 7.30 E	39.54.13 N	821,607
Petersbourg	Russie	27.58.30 E	59.56.23 N	216,484
Philadelphie	Amérique	77.31.45 O	39.56.55 N	677,000
Pondichéry	Indes	77.31.30 E	11.55.41 N	809,553
Porto-Ferajo	Ile d'Elbe	7.59.20 E	42.49. 6 N	91,467
Porto-Rico	Antilles Amér.	68.33.30 O	18.29.10 N	690,742
Prague	Bohême	12. 5. 0 E	50. 5.19 N	88,084
Quebec	Canada	73.30. 0 O	46.47.30 N	526,809
Quito	Pérou	81. 5.30 O	0.13.17 S	936,861
Riga	Russie	21.45. 0 E	56.57. 0 N	170,294
Rio-Janeiro	Amérique	45.37.59 O	22.54. 2 S	916,452
Rome	Italie	10. 8. 0 E	41.53.54 N	110,276
Rouen	France	1.14.16 O	49.26.27 N	11,080
St.-Joseph	Californie	112. 2.30 O	23. 3.42 N	650,240
Ste-Hélène (Ile)	Océan atlantiq.	8. 9. 0 O	15.55. 0 S	723,978
Siam	Indes	98.30. 0 E	14.20.40 N	941,691
Smolensk	Russie	29.40. 0 E	54.51. 0 N	212,462
Smyrne	Asie	24.46.33 E	38.28. 7 N	228,583
Stockholm	Suède	15.43.15 E	59.20.31 N	154,537
Stralsund	*Idem*	11.12. 0 E	54.19. 0 N	98,242
Strasbourg	France	5.24.36 E	48.34.56 N	39,752
Stuttgardt	Allemagne	6.50.45 E	48.46.15 N	50,087
Syène	Egypte	30.34.19 E	24. 5.23 N	382,758
Taïti	Mer du Sud	151.50.30 O	17.29.17 S	1569,300
Ténérif (pic de)	Iles Canaries	19. 0. 0 O	28.17. 0 N	191,846
Thèbes	Egypte	30.19. 6 E	25.43. 0 N	366,763
Tobolsk	Sibérie	65.46. 0 E	58.11.42 N	428,215
Tornea	Suède	21.52. 0 E	65.50.50 N	227,409
Toulon	France	3.35.26 E	43. 7. 9 N	69,303
Trébisonde	Turquie	37.16.15 E	41. 2.41 N	302,016
Trieste	Illirie	11.26.23 E	45.38. 8 N	93,287
Trinquemalay	Ceylan	78.52. 0 E	8.32. 0 N	847,413
Tripoli	Afrique	11. 1. 7 E	32.53.40 N	199,392
Tunis	*Idem*	7.51. 0 O	36.47.59 N	148,074
Turin	Piémont	5.20. 0 E	45. 4.14 N	58,178
Uranisbourg	Danemarck	10 22.44 E	55.54.38 N	105,278
Varsovie	Pologne	18.42.30 E	51.14.28 N	135,754
Venise	Italie	10. 0.42 E	45.25.32 N	84,555
Vienne	Autriche	14. 2.30 E	48.12.40 N	103,420
Vilna	Pologne	22.57.15 E	54.41. 2 N	169,731
Washington	Amérique	79.19. 0 O	38.55. 0 N	613,335
Wardhuus	Laponie	28.46.45 E	70.22.36 N	282,948

Ce tableau contient les longitudes et latitudes des points dont on a calculé les distances à Paris. On désigne les latitudes septentrionales par la lettre N, et les latitudes méridionales par la lettre S; les longitudes orientales par la lettre E, enfin les longitudes occidentales par la lettre O.

La dernière colonne, ayant pour titre *Distance à Paris comptée en myriamètres*, a été calculée en supposant la terre sphérique, et en ne négligeant que les quantités plus petites que les millièmes de myriamètre.

On estime généralement que pour tenir compte des sinuosités des routes, il faut augmenter la plus courte distance d'environ un cinquième.

Si l'on veut ensuite réduire ces distances en lieues géographiques de vingt-cinq au degré ancien, il faut multiplier les myriamètres par $\frac{9}{4}$, ou par 2 et un quart.

	myr.
EXEMPLE. La distance de Paris à Rome, est de.....	110,276
Ajoutez ce nombre à lui-même.....	110,276
Ajoutez encore le quart.....	27,569
Somme.....	248,121

La somme de ces trois quantités est égale à la plus courte distance de Paris à Rome, exprimée en lieues et fractions décimales de la lieue.

Pour avoir égard aux sinuosités des routes, à cette plus courte distance ajoutez le cinquième....	49,625
	297,746

Cette somme sera à très-peu près la distance de Paris à Rome. On voit qu'en négligeant la petite fraction décimale, cette distance est de 298 lieues.

Pour convertir les longitudes en tems, on multipliera le nombre de degrés par 4′, le produit sera des minutes d'heure; ensuite on multipliera le nombre de minutes de degré par 4″, le produit sera des secondes d'heure; enfin le nombre de secondes de degrés multiplié par 4‴ donnera des tierces d'heure.

TRAITÉ
DU CALENDRIER.

On entend parler de *Cycle solaire*, de *Cycle lunaire*, de *Nombre d'or*, d'*Epactes*, *etc :* ces termes se trouvent dans les almanachs, dans les livres d'église; cependant il y a peu de personnes qui les comprennent; on croit même n'être pas en état de les concevoir, parce qu'on s'imagine qu'il faut être fort versé dans l'Astronomie pour acquérir ces connaissances. Il est vrai qu'il n'y a que des astronomes très-instruits qui aient pu inventer les différens cycles; mais il n'est point nécessaire d'être astronome pour en comprendre la nature et l'usage : j'espère même que ceux qui voudront se donner la peine de lire attentivement ce petit Traité, auront peu de chose à desirer.

1. Le Calendrier n'est qu'une méthode de distribution du tems, que les hommes ont imaginée pour leurs usages. Il y a plusieurs choses qui appartiennent à la connaissance du Calendrier; les jours, les mois, les années, le cycle solaire, les lettres dominicales, le cycle lunaire, l'indiction romaine, la période victorienne, la période julienne, les épactes. Le calcul de ces différentes parties du Calendrier, représentées par des nombres, est appelé *Comput ecclésiastique*.

Des Jours et des Mois.

2. Le jour est ou naturel ou artificiel. Nous appelons *jour naturel* le tems que le Soleil emploie pour faire sa révolution d'orient en occident. Il renferme non-seulement le tems pendant lequel le Soleil est sur l'horizon, mais aussi celui de la nuit, qui est le tems où le Soleil est sous l'horizon. Le jour

artificiel, suivant nous, est le tems pendant lequel le Soleil demeure sur l'horizon. Selon cette dernière signification, le jour est opposé à la nuit. Quelques-uns changent les noms de ces jours, en appelant le premier *artificiel*, et l'autre *naturel*: en effet, ils sont également naturels l'un et l'autre. Il paraît qu'il serait mieux d'appeler le second *simple*, au lieu d'artificiel, et le premier *composé*, parce qu'il est effectivement composé du jour simple et de la nuit (*).

3. Le commencement du jour naturel n'est pas le même par rapport à différens peuples. Les uns ont pris le commencement du jour au lever du Soleil, comme les Assyriens : d'autres le prennent au Soleil couchant, comme on fait en Italie, en Bohême et ailleurs; plusieurs à minuit, comme en France, en Espagne, en Allemagne, et dans la plus grande partie de l'Europe; alors l'intervalle de tems compris entre deux minuits consécutifs, forme le *jour civil*. D'autres enfin fixent le commencement du jour à midi, comme font aujourd'hui les astronomes et les navigateurs, parce que le passage du Soleil au méridien est un phénomène remarquable qui est propre à leur indiquer le commencement du nouveau jour : c'est là l'origine du *jour astronomique* ou du *jour vrai*.

4. Le jour naturel se divise en 24 portions, qu'on appelle *heures* : nous faisons les 24 heures égales entr'elles : il y a eu des peuples qui les faisaient inégales, parce qu'ils donnaient 12 heures au jour artificiel, et autant à la nuit : alors les 12 heures du jour étaient égales entr'elles, aussi bien que celles de la nuit; mais les 12 heures du jour n'étaient pas égales à celles de la nuit, excepté au tems de l'équinoxe; car il est évident que celles du jour sont plus longues en été, et plus courtes en hiver. Je ne parle pas des peuples qui sont sur la ligne, c'est-à-dire sur l'équateur terrestre, parce qu'ils ont un équinoxe perpétuel.

5. Les Juifs et les Romains divisaient le jour artificiel en

(*) Selon M. Delambre, les Grecs appelaient *nicthémère*, c'est-à-dire *nuit-jour*, le jour de 24 heures; ce qui valait mieux.

quatre parties ou quatre heures principales qu'ils nommaient *Prime*, *Tierce*, *Sexte*, et *None*. Pour entendre à quel moment commençait et finissait chacune de ces heures, il faut concevoir le jour artificiel partagé en 12 heures égales. Cela posé, la première des quatre, ou prime, commençait avec la première des douze au lever du Soleil; tierce commençait à la fin de la troisième; sexte à la fin de la sixième ou à midi; none à la fin de la neuvième. D'où il paraît que chacune des quatre en contenait trois des douze. L'Église se sert encore de ces quatre heures principales pour l'office.

6. Le mois est environ la douzième partie de l'année. Il y en a de deux sortes, les mois solaires et les mois lunaires. Les mois solaires dépendent du mouvement du Soleil, et les lunaires ont rapport à celui de la Lune.

[Chacun sait que les douze mois solaires sont : *janvier*, *février*, *mars*, *avril*, *mai*, *juin*, *juillet*, *août*, *septembre*, *octobre*, *novembre*, *décembre*. Ces dénominations sont, pour la plupart, très-irrégulières; mais elles ont été généralement adoptées depuis les Romains. Excepté eux et les Grecs, tous les peuples ont fait usage d'une période beaucoup plus petite que le mois; c'est la *semaine*, dont l'origine se perd dans la nuit des tems. Elle est composée de sept jours, savoir : *dimanche*, *lundi*, *mardi*, *mercredi*, *jeudi*, *vendredi* et *samedi*. Ces noms viennent évidemment des planètes placées dans ce même ordre : le Soleil, la Lune, Mars, Mercure, Jupiter, Vénus, et Saturne; mais le samedi était le premier jour de la semaine, chez les Hébreux et les Orientaux.]

7. Romulus, fondateur de Rome, n'avait composé l'année que de dix mois; savoir, mars qui était le premier; puis les neuf autres suivans, avril, mai, juin, etc. Les deux qui s'appellent présentement *juillet* et *août*, se nommaient pour lors *quintile* et *sextile*, parce que l'un était le cinquième, et l'autre le sixième. Ces deux noms furent conservés, même après que Numa Pompilius eut ajouté les deux mois de janvier et de février, qu'il plaça au commencement de l'année. Mais dans la suite on donna le nom de Jules-César à Quintile, en le faisant

appeler juillet, et celui d'Auguste fut attribué au mois suivant. Pour ce qui est des quatre derniers mois, septembre, octobre, etc., ils ont conservé les noms des rangs qu'ils tenaient dans l'ordre des mois, du tems de Romulus; septembre a été ainsi nommé, parce qu'il était le septième.

8. Jules-César avait fait le premier, le troisième, le cinquième, le septième, le neuvième, et le onzième mois, c'est-à-dire janvier, mars, mai, juillet, septembre, novembre, chacun de 31 jours, et tous les autres mois en avaient 30, excepté février qui n'en devait avoir que 29 dans les années communes, et 30 dans les années bissextiles. Mais les flatteurs d'Auguste ne voulurent pas que le mois qui portait son nom, c'est-à-dire le mois d'août, fût inférieur à celui de juillet : c'est pourquoi l'on prit un jour au mois de février, pour le donner au mois d'août : ce mois, ainsi que ceux d'octobre et de décembre sont donc de 31 jours, au lieu que septembre et novembre n'en ont chacun que 30. De cette manière l'on dérangea l'ordre commode que Jules-César avait établi, en ordonnant que les mois auraient alternativement 30 et 31 jours.

[Voici à ce sujet une règle pour aider la mémoire : alongez les doigts de la main, non compris le pouce, et comptez-les, ainsi que les trois intervalles qui les séparent, pour les sept premiers mois, en prenant l'index pour janvier, et le premier intervalle pour février, ainsi de suite : alors les mois qui tomberont sur les doigts auront 31 jours, et ceux qui tomberont dans les intervalles n'en auront que 30 au plus. Lorsque la série sera épuisée, recommencez par l'index qui répondra cette seconde fois au mois d'août.

Les Égyptiens avaient adopté un mode plus régulier : ils faisaient tous les mois de 30 jours, et ajoutaient constamment cinq jours épagomènes ou *additionnels*, après le douzième mois; mais cela supposait l'année de 365 jours seulement. L'ignorance où ils étaient sur la véritable longueur de l'année solaire rendait par conséquent leur Calendrier très-imparfait.]

9. Les Romains qui ne comptaient pas les jours du mois comme nous, avaient trois points fixes dans chaque mois, les

calendes, les *nones*, et les *ides*, desquels ils comptaient les autres jours. Les calendes étaient le premier jour de chaque mois; les nones arrivaient le 7 dans les mois de mars, de mai, de juillet, et d'octobre; mais elles étaient le 5 des autres mois : les ides tombaient au 15 dans les mois de mars, de mai, de juillet, et d'octobre : elles arrivaient le 13 dans les autres. Les jours qui précédaient ces trois termes en tiraient leurs dénominations, c'est-à-dire, que les jours compris entre les calendes et les nones étaient appelés les *jours avant les nones*, suivant le rang qu'ils tenaient avant ce jour. Ceux qui étaient entre les nones et les ides étaient appelés les *jours avant les ides;* enfin les jours, depuis les ides jusqu'aux calendes du mois suivant, étaient nommées les *jours avant les calendes* de ce mois. Les mois de mars, de mai, de juillet, et d'octobre, avaient six jours qui étaient dénommés par les nones. Les autres mois n'en avaient que quatre. Tous les mois avaient huit jours qui tiraient leurs noms des ides. C'est pour retenir cette disposition très-incommode que les deux vers suivans ont été composés :

Sex Maius Nonas October, Julius et Mars :
Quatuor at reliqui : habet Idus quilibet octo.

Numa Pompilius avait donné à ces quatre mois plus de jours de nones qu'aux autres, parce qu'ils étaient pour lors les seuls qui eussent 31 jours; et, quoique dans le Calendrier de Jules-César, on eût attribué 31 jours à d'autres mois, on retint cependant la disposition de Numa par rapport aux nones. On comprendra tout cela par la Table suivante, dans laquelle les jours sont nommés à la manière des Romains.

Dans les années bissextiles la fin de février se comptait ainsi :

24	Bis. VI. Calendas Martii.
25	VI. Calendas.
26	V. Calendas.
27	IV. Calendas.
28	III. Calendas.
29	Pridiè Calendas Martii.

	JANUARIUS.		FEBRUARIUS.		MARTIUS.
1	Calendis Januar.	1	Calendis Februa.	1	Calendis Martii.
2	IV. Nonas.	2	IV. Nonas.	2	VI. Nonas.
3	III. Nonas.	3	III. Nonas.	3	V. Nonas.
4	Pridiè Nonas.	4	Pridiè Nonas.	4	IV. Nonas.
5	Nonis Januarii.	5	Nonis Februarii.	5	III. Nonas.
6	VIII. Idus.	6	VIII. Idus.	6	Pridiè Nonas.
7	VII. Idus.	7	VII. Idus.	7	Nonis Martii.
8	VI. Idus.	8	VI. Idus.	8	VIII. Idus.
9	V. Idus.	9	V. Idus.	9	VII. Idus.
10	IV. Idus.	10	IV. Idus.	10	VI. Idus.
11	III. Idus.	11	III. Idus.	11	V. Idus.
12	Pridie Idus.	12	Pridiè Idus.	12	IV. Idus.
13	Idibus Januarii.	13	Idibus Februarii.	13	III. Idus.
14	XIX. Cal. Febr.	14	XVI. Cal. Mart.	14	Pridiè Idus.
15	XVIII. Cal.	15	XV. Calendas.	15	Idibus Martii.
16	XVII. Cal.	16	XIV. Cal.	16	XVII. Cal. Apri.
17	XVI. Cal.	17	XIII. Cal.	17	XVI. Calendas.
18	XV. Cal.	18	XII. Cal.	18	XV. Cal.
19	XIV. Cal.	19	XI. Cal.	19	XIV. Cal.
20	XIII. Cal.	20	X. Cal.	20	XIII. Cal.
21	XII. Cal.	21	IX. Cal.	21	XII. Cal.
22	XI. Cal.	22	VIII. Cal.	22	XI. Cal.
23	X. Cal.	23	VII. Cal.	23	X. Cal.
24	IX. Cal.	24	VI. Cal.	24	IX. Cal.
25	VIII. Cal.	25	*. Cal.	25	VIII. Cal.
26	VII. Cal.	26	V. Cal.	26	VII. Cal.
27	VI. Cal.	27	IV. Cal.	27	VI. Cal.
28	V. Cal.	28	III. Cal.	28	V. Cal.
29	IV. Cal.	29	Pridiè Cal. Mart.	29	IV. Cal.
30	III. Cal.			30	III. Cal.
31	Pridiè. Cal. Feb.			31	Pridiè Cal. Apr.

Februarii. Martii. Aprilis.

APRILIS.		MAIUS.		JUNIUS.	
1	Calendis April.	1	Calendis Maii.	1	Calendis Junii.
2	IV. Nonas.	2	VI. Nonas.	2	IV. Nonas.
3	III. Nonas.	3	V. Nonas.	3	III. Nonas.
4	Pridiè Nonas.	4	IV. Nonas.	4	Pridiè Nonas.
5	Nonis Aprilis.	5	III. Nonas.	5	Nonis Junii.
6	VIII. Idus.	6	Pridiè Nonas.	6	VIII. Idus.
7	VII. Idus.	7	Nonis Maii.	7	VII. Idus.
8	VI. Idus.	8	VIII. Idus.	8	VI. Idus.
9	V. Idus.	9	VII. Idus.	9	V. Idus.
10	IV. Idus.	10	VI. Idus.	10	IV. Idus.
11	III. Idus.	11	V. Idus.	11	III. Idus.
12	Pridiè Idus.	12	IV. Idus.	12	Pridiè Idus.
13	Idibus Aprilis.	13	III. Idus.	13	Idibus Junii.
14	XVIII. Cal. Maii.	14	Pridiè Idus.	14	XVIII. Cal. Julii.
15	XVII. Calendas.	15	Idibus Maii.	15	XVII. Cal.
16	XVI. Cal.	16	XVII. Ca. Junii.	16	XVI. Cal.
17	XV. Cal.	17	XVI. Cal.	17	XV. Cal.
18	XIV. Cal.	18	XV. Cal.	18	XIV. Cal.
19	XIII. Cal. Maii.	19	XIV. Cal.	19	XIII. Cal. Julii.
20	XII. Cal.	20	XIII. Cal.	20	XII. Cal.
21	XI. Cal.	21	XII. Cal. Junii.	21	XI. Cal.
22	X. Cal.	22	XI. Cal.	22	X. Cal.
23	IX. Cal.	23	X. Cal.	23	IX. Cal.
24	VIII. Cal.	24	IX. Cal.	24	VIII. Cal.
25	VII. Cal.	25	VIII. Cal.	25	VII. Cal.
26	VI. Cal.	26	VII. Cal.	26	VI. Cal.
27	V. Cal.	27	VI. Cal.	27	V. Cal.
28	IV. Cal.	28	V. Cal.	28	IV. Cal.
29	III. Cal.	29	IV. Cal.	29	III. Cal.
30	Pridiè Cal. Maii.	30	III. Cal.	30	Pridiè Cal. Julii.
		31	Pridiè Cal. Junii.		

	JULIUS.		AUGUSTUS.		SEPTEMBER.
1	Calendis Julii.	1	Calendis Augus.	1	Calendis Septem.
2	VI. Nonas.	2	IV. Nonas.	2	IV. Nonas.
3	V. Nonas.	3	III. Nonas.	3	III. Nonas.
4	IV. Nonas.	4	Pridiè Nonas.	4	Pridiè Nonas.
5	III. Nonas.	5	Nonis Augusti.	5	Nonis Septemb.
6	Pridiè Nonas.	6	VIII. Idus.	6	VIII. Idus.
7	Nonis Julii.	7	VII. Idus.	7	VII. Idus.
8	VIII. Idus.	8	VI. Idus.	8	VI. Idus.
9	VII. Idus.	9	V. Idus.	9	V. Idus.
10	VI. Idus.	10	IV. Idus.	10	IV. Idus.
11	V. Idus.	11	III. Idus.	11	III. Idus.
12	IV. Idus.	12	Pridiè Idus.	12	Pridiè Idus.
13	III. Idus.	13	Idibus Augusti.	13	Idibus Septemb.
14	Pridiè Idus.	14	XIX. Cal. Sept.	14	XVIII. Cal. Oct.
15	Idibus Julii.	15	XVIII. Cal.	15	XVII. Cal.
16	XVII. Cal. Aug.	16	XVII. Cal.	16	XVI. Cal.
17	XVI. Calendas.	17	XVI. Cal.	17	XV. Cal.
18	XV. Cal.	18	XV. Cal.	18	XIV. Cal.
19	XIV. Cal.	19	XIV. Cal.	19	XIII. Cal.
20	XIII. Cal.	20	XIII. Cal.	20	XII. Cal.
21	XII. Cal.	21	XII. Cal.	21	XI. Cal.
22	XI. Cal.	22	XI. Cal.	22	X. Cal.
23	X. Cal.	23	X. Cal.	23	IX. Cal.
24	IX. Cal.	24	IX. Cal.	24	VIII. Cal.
25	VIII. Cal.	25	VIII. Cal.	25	VII. Cal.
26	VII. Cal.	26	VII. Cal.	26	VI. Cal.
27	VI. Cal.	27	VI. Cal.	27	V. Cal.
28	V. Cal.	28	V. Cal.	28	IV. Cal.
29	IV. Cal.	29	IV. Cal.	29	III. Cal.
30	III. Cal.	30	III. Cal.	30	Pridiè Cal. Oct.
31	Pridiè Cal. Aug.	31	Pridiè Cal. Sept.		

Augusti. Septembris. Octobris.

OCTOBER.		NOVEMBER.		DECEMBER.	
1	Calendis Octob.	1	Calendis Nov.	1	Calendis Decem.
2	VI. Nonas.	2	IV. Nonas.	2	IV. Nonas.
3	V. Nonas.	3	III. Nonas.	3	III. Nonas.
4	IV. Nonas.	4	Pridiè Nonas.	4	Pridiè Nonas.
5	III. Nonas.	5	Nonis Novemb.	5	Nonis Decemb.
6	Pridiè Nonas.	6	VIII. Idus.	6	VIII. Idus.
7	Nonis Octobris.	7	VII. Idus.	7	VII. Idus.
8	VIII. Idus.	8	VI. Idus.	8	VI. Idus.
9	VII. Idus.	9	V. Idus.	9	V. Idus.
10	VI. Idus.	10	IV. Idus.	10	IV. Idus.
11	V. Idus.	11	III. Idus.	11	III. Idus.
12	IV. Idus.	12	Pridiè Idus.	12	Pridiè Idus.
13	III. Idus.	13	Idibus Novem.	13	Idibus Decemb.
14	Pridiè Idus.	14	XVIII. Cal. Dec.	14	XIX. Cal. Jan.
15	Idibus Octobris.	15	XVII. Cal.	15	XVIII. Cal.
16	XVII. Cal. Nov.	16	XVI. Cal.	16	XVII. Cal.
17	XVI. Cal.	17	XV. Cal.	17	XVI. Cal.
18	XV. Cal.	18	XIV. Cal.	18	XV. Cal.
19	XIV. Cal.	19	XIII. Cal.	19	XIV. Cal.
20	XIII. Cal.	20	XII. Cal.	20	XIII. Cal.
21	XII. Cal.	21	XI. Cal.	21	XII. Cal.
22	XI. Cal.	22	X. Cal.	22	XI. Cal.
23	X. Cal.	23	IX. Cal.	23	X. Cal.
24	IX. Cal.	24	VIII. Cal.	24	IX. Cal.
25	VIII. Cal.	25	VII. Cal.	25	VIII. Cal.
26	VII. Cal.	26	VI. Cal.	26	VII. Cal.
27	VI. Cal.	27	V. Cal.	27	VI. Cal.
28	V. Cal.	28	IV. Cal.	28	V. Cal.
29	IV. Cal.	29	III. Cal.	29	IV. Cal.
30	III. Cal.	30	Pridiè Cal. Dec.	30	III. Cal.
31	Pridiè Cal. Nov.			31	Pridiè Cal. Jan.

Novembris. Decembris. Januarii

* Dans les années bissextiles il y avait deux jours de suite au mois de février, dont chacun était appelé le VI avant les Calendes; le premier répond au 24 du mois, et le second au 25. On disait *bis sexto Calendas*, en sous-entendant *ante* après *sexto*. C'est de là que ces années ont été nommées *bissextiles*.

10. Il paraît, par cette table, qu'en comptant les jours du mois, par rapport au rang qu'ils occupent avant celui des Nones, ou des Ides, ou des Calendes, on y comprend ce jour: par exemple, le second jour de janvier est appelé *le quatrième avant les Nones*, parce que le jour même des Nones y est compris: sans cela, ce ne serait que le troisième avant les Nones. C'est par la même raison que le dixième jour est nommé *le quatrième avant les Ides*. De même le vingt-cinquième est appelé *le huitième avant les Calendes de février*, parce qu'on compte le jour des Calendes de février.

11. Il y a deux sortes de mois lunaires: l'un est appelé *périodique*, et l'autre *synodique*. Le mois périodique est le tems que la Lune emploie à parcourir le zodiaque, c'est-à-dire, à faire son tour dans le ciel d'occident en orient. Sa durée est de $27^j\ 7^h\ 43'\ 4''\ \frac{7}{10}$.

12. Le mois synodique, qu'on nomme aussi *lunaison*, est le tems que la Lune emploie pour rejoindre le Soleil après l'avoir quitté; ou, ce qui revient au même, c'est le tems qu'il y a depuis une nouvelle Lune jusqu'à la nouvelle Lune suivante. Ce tems est de $29^j\ 12^h\ 44'\ 2''\ \frac{8}{10}$.

On néglige ces minutes et secondes dans l'usage civil, au moins pendant un tems, et on suppose qu'il y a 29 jours et demi d'une nouvelle Lune à l'autre. Or, comme il serait incommode de compter un demi-jour, on fait les mois alternativement de 30 et de 29 jours, donnant ainsi à l'un ce que l'on ôte à l'autre.

13. Les mois synodiques de 30 jours sont nommés *pleins*, et ceux de 29 jours sont appelés *caves*. Au lieu de dire les mois pleins et les mois caves, on dit souvent les Lunes pleines et les Lunes caves, ou bien lunaisons pleines et lunaisons caves. Il faut observer que toutes les fois que l'on parle des mois de

la Lune, sans les spécifier, il faut toujours entendre les mois synodiques.

14. Quand on dit que le mois périodique lunaire est de 27^j $7^h 43' 4'' \frac{7}{10}$, et le mois synodique de $29^j 12^h 44' 2'' \frac{8}{10}$, il s'agit du *mouvement moyen*, et non pas du *mouvement vrai*. Le mouvement vrai d'un astre est celui qui lui convient ou réellement ou en apparence. Ce mouvement n'est pas toujours le même dans une planète : il est tantôt plus fort, tantôt plus faible. Le mouvement moyen est celui qu'on imagine toujours le même dans une planète, et par lequel elle ferait un certain nombre de révolutions dans le même tems qu'elle les fait effectivement, ou qu'elle paraît les faire par le mouvement vrai. Ce mouvement est égal et uniforme, au lieu que le premier est inégal et variable.

15. Afin de déterminer exactement le tems ou la durée du mouvement moyen de la Lune, on choisit deux termes fort éloignés l'un de l'autre ; par exemple, deux nouvelles Lunes, dont la seconde arrive plusieurs années, ou même plusieurs siècles après la première, et l'on partage le tems qu'il y a entre les deux termes en autant de parties égales qu'il y a eu de lunaisons pendant ce tems ; le quotient de cette division marque la durée moyenne d'une lunaison ou d'un mois synodique.

16. On choisit deux nouvelles Lunes fort éloignées l'une de l'autre, afin que les inégalités de la durée des lunaisons soient compensées les unes par les autres, et que l'erreur qui peut se trouver dans la détermination des époques auxquelles arrivent les nouvelles Lunes qu'on prend pour termes, étant partagée sur un grand nombre de lunaisons, devienne insensible.

De l'Année.

17. L'année est astronomique ou civile. L'une et l'autre sont encore ou solaires ou lunaires, c'est-à-dire qu'elles se règlent ou sur le mouvement du Soleil, ou sur celui de la Lune. L'année astronomique, soit solaire, soit lunaire, est encore appelée *naturelle*, parce que les astronomes se conforment,

dans leur calcul, à la nature, c'est-à-dire aux mouvemens du Soleil ou de la Lune.

18. L'année solaire astronomique est le tems que le Soleil emploie à faire le tour de l'écliptique, d'occident en orient; ou, pour parler plus exactement, c'est le tems qui s'écoule depuis un équinoxe, par exemple celui du printems, jusqu'au premier équinoxe semblable; c'est aussi le tems qui est entre un solstice, par exemple celui d'hiver, et le solstice suivant semblable. Ce tems est de $365^j\ 5^h\ 48'\ 51''$.

19. L'année lunaire astronomique est composée de douze lunaisons, qui contiennent chacune $29^j\ 12^h\ 44'\ 2''\ \frac{8}{10}$. Ainsi cette année est de $354^j\ 8^h\ 48'\ 34''$.

20. L'année civile est celle dont les nations se servent pour compter les tems et les âges. Cent années forment le *siècle* qui est la plus longue période usitée. Tous les peuples ne s'accordent pas entr'eux touchant la manière de compter les tems; les uns règlent leur année sur le mouvement du Soleil, et les autres sur celui de la Lune.

21. Entre ceux qui comptaient les années par le mouvement du Soleil, il y a encore eu beaucoup de diversité jusqu'à Jules-César, qui, ayant consulté Sosigènes, l'un des plus habiles astronomes de son tems, fixa l'année solaire à $365^j\ 6^h$, c'est-à-dire qu'il supposa, en suivant le sentiment des astronomes, que d'un équinoxe à l'équinoxe suivant de même nom, il y avait $365^j\ 6^h$. Or, comme il serait impossible de faire commencer une année, six, ou douze, ou dix-huit heures après la fin du jour, on a laissé les six heures de chaque année; au bout de 4 ans, elles font 24 heures, c'est-à-dire un jour entier. Ainsi la quatrième année doit avoir un jour de plus que les précédentes, qui sont chacune de 365 jours.

22. Suivant cette manière de compter, le Soleil n'a pas fait sa révolution entière à la fin de la première année civile, il s'en faut 6 heures; à la fin de la seconde, il s'en faut 12; à la fin de la troisième, 18; et enfin au bout de la quatrième, il s'en faudrait 24 heures, si on ne la faisait pas plus longue que les précédentes. Mais, comme ces 24 heures font un jour

entier, on ajoute un jour à la quatrième année qui, par ce moyen, finit dans le tems que le Soleil achève sa quatrième révolution. Cette quatrième année, composée de 366 jours, s'appelle *bissextile*, comme nous l'avons expliqué : les trois autres sont nommées *années communes*.

23. Selon cet établissement de Jules-César, les années bissextiles de chaque siècle sont la 4e, la 8e, la 12e, la 16e, la 20e, la 24e, la 28e, etc. En général, pour savoir si une telle année d'un siècle sera bissextile, il faut diviser le nombre qui exprime cette année par 4; et si la division peut se faire sans reste, l'année proposée est bissextile; mais s'il y a un reste, elle ne l'est pas. Par exemple, je veux savoir si 1744 a été bissextile; je divise 44 par 4 (il serait inutile de prendre le nombre entier 1744); et, comme je ne trouve point de reste après la division, c'est une preuve que cette année était bissextile. On peut voir par là que, suivant Jules-César, chaque centième année, c'est-à-dire la dernière année de chaque siècle, comme 1700, 1800, devait être bissextile.

24. Le jour de surplus, que l'on appelle *intercalaire*, qui rend l'année bissextile plus longue que les autres, est ajouté au mois de février, ensorte que ce mois a 29 jours dans l'année bissextile, et 28 dans les années communes. Or on imagine que ce jour, dans le Calendrier ecclésiastique, est inséré après le 24 du mois de février; c'est par cette raison que la fête de S. Mathias tombe au 25 dans l'année bissextile, et au 24 dans les autres années; mais dans le Calendrier civil, cette intercalation est le 29 février.

L'année solaire astronomique ou naturelle est plus courte que ne l'a supposé Jules-César, d'environ 11 minutes, c'est ce qui a causé une erreur dans le Calendrier, qu'on a enfin réformé en 1582, par les ordres du pape Grégoire XIII, comme nous l'expliquerons dans la suite.

25. Ceux qui règlent l'année civile sur le mouvement de la Lune, composent leur année de 12 lunaisons ou mois lunaires. Or, puisque les mois lunaires sont alternativement de 30 et de 29 jours, les douze mois qui composent l'année entière font

354 jours, et par conséquent l'année lunaire est plus courte que l'année solaire commune de 11 jours. Ces 11 jours font 33 jours en 3 ans. Ainsi trois années solaires contiennent au moins trente-sept lunaisons.

26. Les 44 minutes, dont une lunaison surpasse 29 jours et demi, font, après les 12 lunaisons de l'année, 12 fois 44, c'est-à-dire, 528 minutes, ou 8 heures 48 minutes. Or ces 8 heures 48 minutes de chaque année produisent en 30 ans 264 heures, c'est-à-dire 11 jours. C'est pourquoi les Turcs, qui se servent encore aujourd'hui de l'année lunaire, ajoutent 11 jours en 30 années; ensorte que sur 30 ans, il y a 19 années simples qui n'ont chacune que 354 jours; et 11 intercalaires ou *embolismiques*, qui sont chacune de 355 jours. Ce sont les années 2, 5, 7, 10, 13, 16, 18, 21, 24, 26 et 29 de chaque cycle.

27. Il est évident que cette année des Turcs ne peut pas toujours commencer à la même saison, c'est-à-dire, par exemple, à la même distance du solstice ou de l'équinoxe; car, l'année solaire étant composée de 365 jours, et l'année lunaire de 354 (je néglige les heures de part et d'autre), si elles ont commencé toutes les deux le même jour, l'année lunaire finira 11 jours avant l'autre, c'est-à-dire le 20 décembre; par conséquent, la seconde année lunaire commencera au 21 de ce mois, et se terminera au 10 du même mois, parce que cette seconde année est composée de 355 jours; la troisième commencera donc au 11, et finira au 29 de novembre, ainsi de suite; de sorte que le commencement de l'année lunaire parcourra les différentes saisons de l'année solaire, et reviendra enfin au commencement en moins de 34 ans lunaires, qui par conséquent ne font que 33 années solaires. Dans le Calendrier ecclésiastique on ramène le commencement de l'année lunaire vers celui de l'année solaire toutes les fois qu'il s'en est un peu écarté. Nous dirons, en traitant du cycle lunaire, le moyen dont on se sert pour y réussir.

Cette année des Turcs est appelée *vague*, parce que son commencement est tantôt à une saison, tantôt à une autre. Par la raison contraire notre année solaire est appelée *fixe*.

Du Cycle solaire.

28. Ce Cycle solaire est une révolution de 28 ans, qui renferme toutes les variétés possibles des jours de la semaine, par rapport à ceux du mois. Ces variétés consistent en ce que les dimanches ne tombent pas tous les ans le même quantième du mois. Par exemple, si l'année a commencé par un lundi, et que par conséquent le 7 de janvier ait été un dimanche, l'année suivante ne commencera pas par un lundi, mais par le mardi, et le premier dimanche sera le 6 janvier. L'année d'après commencera par un mercredi, et pour lors le premier dimanche tombera le 5, ainsi de suite. Cependant il faut remarquer que quand l'année est bissextile la différence est de deux jours, c'est-à-dire, que si l'année bissextile a commencé par un lundi, l'année d'après commencera par un mercredi.

29. Pour entendre la raison de ces variétés, il suffit de faire réflexion que si l'année contenait exactement un certain nombre de semaines sans aucun jour de surplus, chaque année commencerait toujours par le même jour de la semaine, par exemple par le lundi; car, comme l'année contiendrait justement un certain nombre de semaines, si elle commençait par un lundi, elle finirait par un dimanche, et par conséquent le premier jour de la suivante serait aussi un lundi. Ces variétés viennent donc de ce que l'année renferme 52 semaines avec un jour de plus dans les années communes, et deux dans les bissextiles. L'année commune ayant un jour de plus que 52 semaines, il est clair que si elle a commencé par un lundi, elle finira aussi par un lundi, et par conséquent la suivante commencera par un mardi; la troisième commencera par le mercredi; ensuite la quatrième, que je suppose être bissextile, commencera par un jeudi; mais elle finira seulement le vendredi, parce qu'elle contient deux jours au-delà de 52 semaines; par conséquent le premier jour de la cinquième année sera un samedi.

30. On peut voir à présent pourquoi les fêtes qui sont immobiles, c'est-à-dire, qui sont fixées à un certain jour du mois,

telles que sont toutes les fêtes des Saints, parcourent les différens jours de la semaine en plusieurs années, en allant du lundi au mardi, ensuite au mercredi, puis au jeudi, etc. Prenons pour exemple la fête de la Circoncision, qui est fixée au premier janvier. Si elle est arrivée un lundi, l'année d'après elle doit être le mardi, ensuite le mercredi, puisque, comme nous avons dit, après que le premier jour de janvier a été un lundi, l'année suivante est un mardi, etc.; quand l'année est bissextile, il doit y avoir une différence de deux jours dans les fêtes qui viennent après le 24 février, et dans celles de l'année suivante qui arrivent depuis le commencement de janvier jusqu'au 24 février.

31. Si toutes les années étaient communes, c'est-à-dire composées seulement de 365 jours, le cycle solaire ne contiendrait que 7 ans, parce que le même jour de la semaine reviendrait au même quantième du mois après 7 ans. Si, par exemple, une année a commencé par un lundi, la seconde commencerait par un mardi, la troisième par un mercredi, la quatrième par un jeudi, ainsi de suite; par conséquent la huitième commencerait encore par un Lundi. Mais il arrive une année bissextile de 4 ans en 4 ans. Or cette année, étant composée de 366 jours, produit un jour de différence de plus que les autres années. Par conséquent, il faut sept années bissextiles pour que le jour excédant de chaque année bissextile produise 7 jours ou une semaine. Or il ne peut y avoir sept années bissextiles que dans l'espace de 28 ans. Ainsi il faut 28 ans pour que l'excédant de chaque année bissextile sur l'année commune ramène un jour de la semaine au même jour du mois. Mais d'ailleurs on vient de dire que, sans l'année bissextile, le même jour de la semaine reviendrait, après 7 ans, au même jour du mois, et par conséquent aussi après 14, puis après 21, et enfin après 28. Donc les deux causes concourent ensemble pour ramener un jour de la semaine au même quantième du mois, à la fin de 28 ans : ainsi le cycle solaire est de 28 années.

32. On pourrait se figurer que l'année bissextile, au lieu d'augmenter le cycle solaire, doit au contraire le diminuer; car

une année commençant le lundi, la suivante commencera par un mardi, l'autre par un mercredi; la quatrième, qui sera bissextile, par un jeudi, et la cinquième par un samedi et non par un vendredi; ainsi, la septième commencera par un lundi. Donc on pourrait dire que le cycle solaire ne doit être que de six ans, puisque l'année recommence par le même jour au bout de six ans.

Pour répondre à cette difficulté, il faut prendre garde que si chaque cycle solaire ne renfermait que 6 ans, l'année bissextile serait la quatrième du premier cycle, au lieu qu'elle tomberait à la seconde et à la sixième du cycle suivant; par conséquent ces deux cycles ne seraient pas semblables, ce qui est contre la nature et la notion du cycle qui doit renfermer toutes les variétés des jours de la semaine. De plus, le troisième cycle ne commencerait pas par un lundi comme les deux précédens, ce qui est encore contraire à l'idée du cycle. Il faut 28 ans pour que tout revienne dans le même ordre.

33. Chaque année après la naissance de Jésus-Christ, ou du moins après l'origine de l'ère chrétienne ou *vulgaire*, répond à une année du cycle solaire; de sorte qu'après avoir compté 28 années de ce cycle, on en recommence un nouveau; par exemple, l'année 1725 était la vingt-sixième du cycle solaire alors courant; 1726 était donc la vingt-septième de ce cycle, 1727 était la vingt-huitième et dernière. Par conséquent l'année 1728 était la première d'un nouveau cycle, 1729 la seconde, 1730 la troisième, ainsi de suite. Il faut entendre la même chose du tems qui a précédé la naissance de Jésus-Christ.

Il ne nous reste plus qu'à exposer comment on trouve l'année de ce cycle pour une année proposée, par exemple, pour 1745.

34. Il faut ajouter 9 au nombre qui marque l'année de la naissance de J.-C., c'est-à-dire à 1745; la somme est 1754. Ensuite on divise cette somme par 28, et le reste marque l'année du cycle. Je divise donc 1754 par 28; le quotient est 62, et le reste est 18. Par conséquent l'année 1745 est la dix-huitième du cycle solaire.

S'il ne restait rien, ou, ce qui est la même chose, si le diviseur 28 était contenu exactement dans la somme que l'on a trouvée après avoir ajouté 9, ce serait une marque que l'année proposée serait la vingt-huitième ou la dernière du cycle solaire.

35. 1°. On a ajouté 9 au nombre qui exprime les années depuis l'origine de l'ère chrétienne, parce que le cycle solaire a précédé cette origine de 9 ans.

36. 2°. En divisant par 28 la somme qui résulte après l'addition, on voit combien il s'est écoulé de cycles depuis le commencement de l'ère vulgaire : car, puisque le quotient marque toujours combien de fois le diviseur est contenu dans la somme qu'on divise, il est clair que le quotient exprime ici combien il y a de cycles passés. Quant au reste de la division, il désigne l'année du dernier cycle dans lequel se trouve l'année proposée.

La réforme du Calendrier par Grégoire XIII a apporté quelque changement au cycle solaire, à cause du retranchement de 3 jours sur 400 ans, comme nous le dirons dans la suite : cependant cela n'empêche pas qu'on ne compte encore à présent les années du cycle solaire de la même manière qu'on les comptait auparavant.

37. Il y a néanmoins un cycle solaire nouveau proposé par ceux qui ont travaillé à la réforme du Calendrier : il est de 400 ans, après lesquels le Soleil se trouve, depuis la correction du Calendrier, au même point du zodiaque immobile où il était au commencement de ce cycle ; et, de plus, les lettres dominicales dont nous allons parler reviennent dans le même ordre; mais personne n'en fait usage.

Des Lettres dominicales.

38. On s'est servi, pour plus de généralité, des sept premières lettres de l'alphabet, que l'on a placées vis-à-vis des jours du mois dans le Calendrier perpétuel, pour marquer les jours de la semaine. Ces lettres sont disposées en cette manière : A est à côté du premier jour de janvier, B à côté du

second, C à côté du troisième ; ainsi de suite jusqu'au G qui est à côté du septième jour. Ensuite on retrouve les mêmes lettres dans le même ordre ; savoir, A au huitième jour, B au neuvième, C au dixième, etc. A est encore placé au 15, puis au 22, et enfin au 29 de janvier. Par conséquent le B est vis-à-vis du 30, le C vis-à-vis du 31 ; d'où il suit que le D se trouve au premier de février, au 8, au 15, au 22.

39. Il paraît par là que le même jour de la semaine arrive le 1, le 8, le 15, le 22, le 29 du même mois, c'est-à-dire que si le premier jour d'un mois est un dimanche, le 8, le 15, le 22, le 29 de ce mois, seront aussi un dimanche. Il faut entendre la même chose des autres jours de la semaine.

40. Ces sept lettres sont appelées *Dominicales*, parce qu'on s'en sert pour marquer tous les dimanches de l'année. Par exemple, si l'A est la lettre dominicale d'une année, tous les jours des mois vis-à-vis desquels se trouvent l'A seront des dimanches pendant le cours de l'année : on les verra dans le Calendrier perpétuel de l'article 81. Il faut dire la même chose des autres lettres qui deviennent successivement dominicales.

41. Remarquez 1°. que dans l'année bissextile il y a toujours deux lettres dominicales, dont l'une sert depuis le commencement de l'année jusqu'à la fête de saint Mathias, et l'autre depuis le jour de cette fête inclusivement jusqu'à la fin de l'année.

[Cependant l'on est maintenant dans l'usage de ne changer de lettre dominicale qu'à compter du premier mars : de cette manière la fête de saint Mathias est toujours le 24 février.]

42. Remarquez 2°. que les lettres ne deviennent pas dominicales d'une année à l'autre, suivant le rang qu'elles tiennent dans l'alphabet, mais dans un ordre renversé ; c'est-à-dire, que si la lettre G est dominicale pendant une année : F le deviendra l'année suivante, ensuite E, D, C, B, et enfin A : après cela G redeviendra la lettre dominicale. La raison se trouve dans ce que nous avons dit : car si l'année commence par un lundi, et que par conséquent le dimanche arrive le 7 de janvier, à côté duquel est G, l'année suivante commencera par un

mardi, et le dimanche tombera au 6 ; ainsi la lettre F sera dominicale cette seconde année ; et, par la même raison, E sera la lettre dominicale de la troisième année, en supposant les deux années précédentes chacune de 365 jours: Par cette remarque, on peut, sachant quelle est la lettre dominicale d'une année, trouver celles des années suivantes.

[Quand on connaît la lettre dominicale d'une année et le jour de la semaine, on trouve sur-le-champ le quantième du mois, à l'aide du tableau suivant qui forme un Calendrier civil perpétuel.

MOIS.			G	F	E	D	C	B	A	QUANTIÈME du mois.				
Janvier.	.....	Octobre.	Lundi	Mardi	Mercredi..	Jeudi.....	Vendredi..	Samedi ...	DIMANCHE	1	8	15	22	29
.....	Mai	.....	Mardi.....	Mercredi..	Jeudi.....	Vendredi..	Samedi ...	DIMANCHE	Lundi	2	9	16	23	30
Août ..	.....	.....	Mercredi..	Jeudi.....	Vendredi..	Samedi ...	DIMANCHE	Lundi.....	Mardi	3	10	17	24	31
Février.	Mars ...	Novemb.	Jeudi.....	Vendredi..	Samedi ...	DIMANCHE	Lundi	Mardi.....	Mercredi..	4	11	18	25	
Juin...	.....	.....	Vendredi..	Samedi ...	DIMANCHE	Lundi	Mardi	Mercredi..	Jeudi.....	5	12	19	26	
Septem.	Décemb.	.....	Samedi	DIMANCHE	Lundi	Mardi	Mercredi..	Jeudi	Vendredi..	6	13	20	27	
Avril...	.....	Juillet...	DIMANCHE	Lundi	Mardi	Mercredi..	Jeudi.....	Vendredi..	Samedi ...	7	14	21	28	

Sachant, par exemple, que les lettres dominicales de l'année bissextile 1816 sont G F, on verra, en consultant dans ce tableau la colonne des mois, celle de la première lettre dominicale G, et la colonne du quantième, que le 1er janvier est un lundi, le 2 un mardi, etc.

Les deux premières colonnes font voir de même que le 1er février est un jeudi : alors choisissez pour ce mois la colonne D, qui commence par jeudi, et vis-à-vis, dans celle du quantième, vous trouverez la date du mois pour un jour quelconque de la semaine, jusques et compris le 29 février.

Pour les mois suivans changez de lettre dominicale, c'est-à-dire prenez F, et dans ce cas vous verrez, par les première et troisième colonnes, que le 1er mars est un vendredi. Or la colonne qui commence par ce jour est désignée par C ; choisissez la donc pour le mois de mars, et vous trouverez de suite quelle est la date de ce mois, correspondante à un jour donné de la semaine, ou réciproquement.]

43. Voici une méthode pour trouver la lettre dominicale des années qui suivent 1700. 1°. Il faut compter les années en commençant par 1701, jusqu'à l'année proposée inclusivement, et ajouter 5 au nombre de ces années, et de plus autant d'unités qu'il y a d'années bissextiles pendant ce tems. 2°. On divisera la somme par 7 ; et le reste de la division, s'il y en a un, désignera la lettre dominicale, pourvu qu'on compte les lettres dominicales dans un ordre rétrograde, ensorte que G soit la 1re, F la 2e, E la 3e, D la 4e, C la 5e, B la 6e, A la 7e. S'il n'y a point de reste après la division faite, la lettre dominicale sera A. Par exemple, je veux savoir la lettre dominicale de l'année 1743; 1°. je prends le nombre des années 43 : j'ajoute 5 à ce nombre, et de plus 10, parce qu'il y a eu dix années bissextiles depuis 1701 jusqu'à 1743. 2°. Je divise la somme 58 par 7, le reste est 2 ; d'où je conclus que la lettre dominicale de l'année 1743 est F.

44. La raison pour laquelle on ajoute 5, c'est que la lettre dominicale de l'année 1701 était B, et, par conséquent, avant

l'année 1701, il y avait déjà 5 lettres dominicales qui avaient servi; savoir, G, F, E, D, C. D'ailleurs on ajoute autant d'unités qu'il y a eu d'années bissextiles depuis 1701, parce que chaque année bissextile a deux lettres dominicales, dont l'une sert jusqu'à la fin de février, et l'autre pendant le reste de l'année. Les autres parties de cette méthode suivent de ce que l'on a dit ci-dessus, art. 35 et 36.

45. Si l'on cherchait la première lettre dominicale de l'année bissextile 1744, on aurait d'abord, par la première partie de la règle prescrite, 44 plus 5 ou 49; nombre auquel il ne faudrait pas ajouter 11, mais seulement 10 pour les années bissextiles passées; ce qui ferait alors 59. Divisant ensuite par 7, le reste 3 indiquera que E est la 1re lettre dominicale de l'année proposée. La 2e lettre dominicale d'une année bissextile est celle qui précède la 1re dans l'alphabet, parce que les lettres deviennent dominicales selon l'ordre rétrograde ou renversé : ainsi la 1re lettre dominicale de 1744 étant E, la 2e est D.

[Veut-on une règle analogue pour trouver la lettre dominicale pendant le XIXe siècle, c'est-à-dire depuis 1800 jusqu'à 1900; la voici :

Du nombre qui désigne l'année proposée supprimez les deux premiers chiffres de la gauche qui sont 18, et au nombre exprimé par les deux chiffres restans ajoutez son quart s'il est exact, ou son quart par excès dans le cas contraire; puis divisez la somme par 7; enfin ôtez le reste de 6, et si ce second reste est zéro, la lettre dominicale sera G, mais si ce reste n'est pas nul, il indiquera dans l'ordre alphabétique la lettre dominicale.

On propose, par exemple, de connaître cette lettre pour l'année 1812. On aura 12 plus $\frac{12}{4}$ ou 12 plus 3 ou enfin 15 : divisant 15 par 7 et ôtant le reste 1 de 6, il vient pour second reste 5; par conséquent la lettre dominicale cherchée est la 5e de l'alphabet ou E; mais comme l'année 1812 est bissextile, la 2e lettre dominicale est D, il suit de là que le 1er janvier était un mercredi.

Si l'année était 1813, on aurait 13 plus $\frac{13}{4}$ ou 13 plus 4 ou 17, puisque 4 est le quart de 13 par excès. Divisant ensuite 17 par 7, le reste est 3 qu'il faut ôter de 6 ; il vient donc 3 : ainsi la lettre domininale est la 3e de l'alphabet ou C. Le premier jour de l'an était donc un vendredi.]

46. On pourra trouver, dans la Table suivante, les lettres dominicales de toutes les années depuis 1600 jusqu'à 5699. Il y a quatre colonnes de lettres qui sont au-dessous des années séculaires, c'est-à-dire des centièmes ou des dernières années des siècles ; la première de ces quatre colonnes est sous les centièmes années qui sont les premières après les séculaires bissextiles ; la seconde sous les centièmes qui sont les secondes après les bissextiles ; la troisième sous les centièmes qui sont les troisièmes après les bissextiles ; et enfin la quatrième colonne sous les centièmes années bissextiles. A la gauche des quatre colonnes de lettres, il y en a d'autres qui contiennent la première année des siècles et les années intermédiaires entre la première et la dernière.

47. Voici comment on trouve les lettres dominicales des différentes années par cette Table. 1°. Si on veut trouver la lettre dominicale d'une centième année, on cherchera cette année au-dessus des colonnes des lettres dominicales ; la lettre qui est au haut de la colonne placée au-dessous de l'année, sera la lettre dominicale qu'on cherche. Par exemple, la lettre dominicale de 1700 est C, parce qu'elle est au haut de la colonne placée sous 1700. 2°. Si l'on veut avoir la lettre dominicale d'une année intermédiaire, par exemple, de 1745, on cherchera 45 dans les colonnes des années intermédiaires de chaque siècle, et l'on prendra, dans la colonne placée sous 1700, la lettre C, qui est vis-à-vis de 45, c'est la lettre dominicale de 1745.

TABLE DES LETTRES DOMINICALES

depuis 1600 *jusqu'à* 5699.

	Années séculaires, ou les dernières des siècles.			1600
	1700,2100	1800,2200	1900,2300	2000,2400
	2500,2900	2600,3000	2700,3100	2800,3200
	3300,3700	3400,3800	3500,3900	3600,4000
	4100,4500	4200,4600	4300,4700	4400,4800
	4900,5300	5000,5400	5100,5500	5200,5600
Année de chaque siècle.	C	E	G	BA
1. 29. 57. 85	B	D	F	G
2. 30. 58. 86	A	C	E	F
3. 31. 59. 87	G	B	D	E
4. 32. 60. 88	FE	AG	CB	DC
5. 33. 61. 89	D	F	A	B
6. 34. 62. 90	C	E	G	A
7. 35. 63. 81	B	D	F	G
8. 36. 64. 92	AG	CB	ED	FE
9. 37. 65. 93	F	A	C	D
10. 38. 66. 94	E	G	D	C
11. 39. 67. 75	D	F	A	B
12. 40. 68. 96	CB	ED	GF	AG
13. 41. 69. 97	A	C	E	F
14. 42. 70. 88	G	B	D	E
15. 43. 71. 99	F	A	C	D
16. 44. 72.	ED	GF	BA	CB
17. 45. 73.	C	E	G	A
18. 46. 74.	B	D	F	G
19. 47. 75.	A	C	E	F
20. 48. 76.	GF	BA	DC	ED
21. 49. 77.	E	G	B	C
22. 50. 78.	D	F	A	B
23. 51. 79.	C	E	G	A
24. 52. 80.	BA	DC	FE	GF
25. 53. 81.	G	B	D	E
26. 54. 82.	F	A	C	D
27. 55. 83.	E	G	B	C
28. 56. 84.	DC	FE	AG	BA

Du Cycle lunaire et des Nombres d'or.

48. Le cycle lunaire ancien est une révolution de 19 ans, qui renferme toutes les variétés qui peuvent arriver aux nouvelles Lunes par rapport aux jours du mois. Ces variétés consistent en ce que les nouvelles Lunes ne tombent pas tous les ans le même jour du mois : quelquefois elles arrivent plus tôt ; quelquefois plus tard. Cependant Méton, célèbre astronome d'Athènes, environ 439 ans avant l'ère vulgaire, apprit aux Grecs qu'au bout de 19 ans, les nouvelles Lunes tombent aux mêmes jours auxquels elles arrivaient 19 ans auparavant, et c'est ce qui a déterminé le cycle lunaire de 19 ans. On disait donc, comme on dit encore à présent, qu'une telle année était la première du cycle lunaire, la suivante était la seconde, celle d'après était la troisième, etc. ; après quoi, l'année qui suivait la dix-neuvième était dite la première du cycle suivant. Or, en dix-neuf ans il y a 235 lunaisons, savoir 228 à raison de 12 lunaisons par an, et 7 autres à cause des 11 jours dont chaque année solaire surpasse l'année lunaire. Ces sept mois lunaires sont appelés *embolismiques* ou *intercalaires*. On en compose six de 30 jours chacun, et le septième de 29 seulement.

49. C'est par le moyen de ces mois embolismiques que dans le Calendrier ecclésiastique on ramène le commencement de l'année lunaire vers les premiers jours de janvier, après qu'il s'en est un peu écarté. Pour cet effet, on attribue 13 mois lunaires à sept années pendant la durée du cycle lunaire ; et ces sept années sont appelées *embolismiques*, parce qu'elles contiennent toutes un mois embolismique. Les six premières sont chacune de 384 jours, et la dernière n'est que de 383, parce que le dernier mois embolismique n'a que 29 jours. Ces sept années sont la 3e, la 6e, la 9e, la 11e, la 14e, la 17e et la 19e du cycle lunaire. Toutes les autres années lunaires sont appelées *communes*, et ne sont composées chacune que de 12 lunaisons qui font 354 jours. Il est aisé de voir que, par ce moyen, la

fin de la troisième année lunaire se rapproche de la fin de l'année solaire. Car la différence entre l'année lunaire commune et la solaire étant de 11 jours, si la troisième année lunaire était commune, elle finirait 33 jours avant l'année solaire (Je suppose que la première a commencé avec l'année solaire). Mais, comme on fait cette troisième année embolismique, elle a 30 jours de plus qu'une année commune ; par conséquent elle ne finit que trois jours avant l'année solaire. Ainsi la quatrième année lunaire ne commencera que trois jours avant la quatrième année solaire. On trouvera que les autres années embolismiques produisent le même effet.

Après la découverte du cycle lunaire de 19 ans, on marquait à Athènes l'année de ce cycle par des chiffres d'or qui étaient gravés en grand dans un lieu public. C'est pour cette raison que le nombre qui désigne l'année du cycle lunaire est encore aujourd'hui appelé le nombre d'or, ou plutôt parce que, dans les Calendriers, on écrivait ces nombres en caractères d'or.

50. Ces nombres servaient à marquer dans le Calendrier les jours de chaque mois auxquels arrivaient les nouvelles Lunes. Ainsi, quand on était dans la première année du cycle lunaire, le chiffre 1 marquait dans le Calendrier tous les jours auxquels arrivait la nouvelle Lune pendant cette année. De même, à la seconde année, le nombre 11 marquait tous les jours auxquels tombaient les nouvelles Lunes de cette année ; ainsi de suite. On avait donc disposé les nombres d'or dans les anciens Calendriers, comme on le verra dans la Table suivante, de manière qu'ils désignassent les nouvelles Lunes de chaque année du cycle lunaire ; ce qui était très-commode, puisque, par ce moyen, on pouvait voir tout d'un coup, à l'aide d'un Calendrier, non-seulement les jours des nouvelles Lunes de l'année dans laquelle on était, mais aussi de toutes les autres, soit passées, soit futures.

51. Nous donnons ici le commencement de l'ancien Calendrier de l'Eglise, pour faire voir la manière dont les nombres

d'or y étaient disposés. Le nombre d'or III répond au premier de janvier, parce que, dans le tems où l'on a mis les nombres d'or dans le Calendrier, c'est-à-dire vers l'an 530, la nouvelle Lune arrivait le 1er de janvier à la troisième année du cycle lunaire. Il y a onze jours de ce mois à côté desquels il n'y a point de nombre d'or ; ce sont ceux où il n'arrivait point alors de nouvelles Lunes pendant la révolution du cycle lunaire.

CALENDRIER ANCIEN DE L'ÉGLISE.

JANVIER.			FÉVRIER.			MARS.		
J. du mois	Let. D.	Nombres d'or.	J. du mois	Let. D.	Nombres d'or.	J. du mois	Let. D.	Nombres d'or.
1	A	III	1	D		1	D	III
2	B		2	E	XI	2	E	
3	C	XI	3	F	XIX	3	F	XI
4	D		4	G	VIII	4	G	
5	E	XIX	5	A		5	A	XIX
6	F	VIII	6	B	XVI	6	B	VIII
7	G		7	C	V	7	C	
8	A	XVI	8	D		8	D	XVI
9	B	V	9	E	XIII	9	E	V
10	C		10	F	II	10	F	
11	D	XIII	11	G		11	G	XIII
12	E	II	12	A	X	12	A	II
13	F		13	B		13	B	
14	G	X	14	C	XVIII	14	C	X
15	A		15	D	VII	15	D	
16	B	XVIII	16	E		16	E	XVIII
17	C	VII	17	F	XV	17	F	VII
18	D		18	G	IV	18	G	
19	E	XV	19	A		19	A	XV
20	F	IV	20	B	XII	20	B	IV
21	G		21	C	I	21	C	
22	A	XII	22	D		22	D	XII
23	B	I	23	E	IX	23	E	I
24	C		24	F		24	F	
25	D	IX	25	G	XVII	25	G	IX
26	E		26	A	VI	26	A	
27	F	XVII	27	B		27	B	XVII
28	G	VI	28	C	XIV	28	C	VI
29	A					29	D	
30	B	XIV				30	E	XIV
31	C	III				31	F	III

52. On s'est enfin aperçu que la méthode de trouver les nouvelles Lunes par les nombres d'or est sujette à erreur, parce que les nouvelles Lunes ne reviennent pas au même moment après dix-neuf années passées : elles arrivent environ une heure et demie plus tôt, comme il est facile de le voir : car, en multipliant 365 jours 6 heures, qui est la durée de l'année civile, par 19, le produit sera 6939 jours 18 heures. Au lieu que si on multiplie la durée moyenne d'une lunaison, qui est $29^j\ 12^h\ 44'\ 3''$, par 235, qui est le nombre de lunaisons qui arrivent en 19 ans, on ne trouvera au produit que $6939^j\ 16^h$ et environ $32'$. Or cette différence produit une erreur d'un jour après 16 cycles et $8\frac{1}{2}$ ans environ, c'est-à-dire après $312\frac{1}{2}$ ans, et par conséquent une erreur de deux jours après 625 ans ; ensorte que si la Lune a été nouvelle le 10 du mois de janvier de quelque année, elle sera nouvelle le 8 après 625 ans. C'est ce qui a obligé, pour trouver les nouvelles Lunes, d'employer les épactes dont nous parlerons en traitant de la réformation du Calendrier faite par l'ordre de Grégoire XIII.

53. Pour trouver le nombre d'or ou le cycle lunaire dans une année proposée, ajoutez 1 à l'année dont il s'agit : ensuite divisez la somme par 19, et le reste de la division sera le nombre d'or de l'année proposée : par exemple, pour trouver le nombre d'or de l'année 1745, il faut d'abord ajouter 1 à 1745, et puis diviser la somme 1746 par 19 ; le quotient est 91, et le reste 17 est le nombre d'or de l'année 1745.

1°. On ajoute 1 à l'année proposée, parce que l'année de la naissance de J. C. était la seconde du cycle lunaire ; et par conséquent ce cycle avait commencé un an avant cette célèbre époque.

2°. Il est clair qu'en divisant la somme par 19, le quotient montrera combien il y a eu de cycles lunaires depuis l'année qui a précédé l'origine de l'ère chrétienne, et que le reste désignera l'année du cycle qui s'écoule.

54. Ceux qui ont travaillé à la réformation du Calendrier, sous Grégoire XIII, ont proposé un nouveau cycle lunaire qui contient 2500 années juliennes moins 8 jours, parce qu'après

ces 2500 ans la nouvelle Lune arrive 8 jours plus tôt qu'elle ne faisait au commencement du cycle, comme il paraît en ce qu'elle avance d'un jour en 312 ans et demi. Quoique les réformateurs du Calendrier n'aient pas expressément défini l'époque de ce cycle, ils ont néanmoins supposé qu'un de ces cycles avait fini à l'an 1500 : d'où il suit qu'il a commencé mille ans avant J. C. ; ensorte que l'année qui a précédé cette époque a été la millième de ce cycle. Mais quand on parle du cycle lunaire, il faut toujours entendre l'ancien : c'est la même chose à l'égard du cycle solaire.

55. Nous allons donner une Table pour trouver les nombres d'or depuis l'origine de l'ère vulgaire jusqu'à l'an 5600. Quoique cette Table soit contenue en deux pages, on doit la regarder comme n'en occupant qu'une seule, parce que les lignes de la seconde sont la continuation des lignes correspondantes de la première. L'on a mis au haut de la Table trois rangées qui contiennent les dernières ou les centièmes années de chaque siècle. Ces centièmes années sont marquées de suite en allant de la première rangée à la seconde, et de la seconde à la troisième. Au-dessous de ces trois rangées on a placé les nombres d'or en autant de colonnes qu'il y a de centièmes années en chacune des rangées. Enfin on a mis à la gauche des nombres d'or toutes les années des siècles qui sont entre les centièmes. Cela posé, voici comment on trouve par cette Table le nombre d'or d'une année proposée. 1°. Si cette année est une centième, le nombre d'or qui lui appartient est le premier de la colonne qui est sous cette centième année. Ainsi le nombre d'or de l'année 1700 est 10, parce que ce nombre est le premier de la colonne qui est au-dessous de 1700. 2°. Si l'année dont on cherche le nombre d'or est après une centième, par exemple, 1745, on cherchera 45 entre les années marquées à la gauche des nombres d'or : ensuite on regardera dans la colonne qui est sous 1700 quel est le nombre d'or qui est vis-à-vis de 45 : on trouvera 17 ; c'est le nombre d'or de 1745.

TABLE D

Pour toutes les années depuis l'

ANNÉES SÉCULAIRES, c'est-à-dire les dernières des siècles.	0	100	200	300	400	500
	1900	2000	2100	2200	2300	2400
	3800	3900	4000	4100	4200	4300

NOMBRE

ANNÉES DE CHAQUE SIÈCLE.												
1	20	39	58	77	96	2	7	12	17	3	8
2	21	40	59	78	97	3	8	13	18	4	9
3	22	41	60	79	98	4	9	14	19	5	10
4	23	42	61	80	99	5	10	15	1	6	11
5	24	43	62	81		6	11	16	2	7	12
6	25	44	63	82		7	12	17	3	8	13
7	26	45	64	83		8	13	18	4	9	14
8	27	46	65	84		9	14	19	5	10	15
9	28	47	66	85		10	15	1	6	11	16
10	29	48	67	86		11	16	2	7	12	17
11	30	49	68	87		12	17	3	8	13	18
12	31	50	69	88		13	18	4	9	14	19
13	32	51	70	89		14	19	5	10	15	1
14	33	52	71	90		15	1	6	11	16	2
15	34	53	72	91		16	2	7	12	17	3
16	35	54	73	92		17	3	8	13	18	4
17	36	55	74	93		18	4	9	14	19	5
18	37	56	75	94		19	5	10	15	1	6
19	38	57	76	95		1	6	11	16	2	7

OMBRES D'OR

lgaire jusqu'à l'an 5600.

700	800	900	1000	1100	1200	1300	1400	1500	1600	1700	1800
2600	2700	2800	2900	3000	3100	3200	3300	3400	3500	3600	3700
4500	4600	4700	4800	4900	5000	5100	5200	5300	5400	5500	5600

OR.

2 17	3	8	13	18	4	9	14	19	5	10	15
3 18	4	9	14	19	5	10	15	1	6	11	16
4 19	5	10	15	1	6	11	16	2	7	12	17
5 1	6	11	16	2	7	12	17	3	8	13	18
6 2	7	12	17	3	8	13	18	4	9	14	19
7 3	8	13	18	4	9	14	19	5	10	15	1
8 4	9	14	19	5	10	15	1	6	11	16	2
9 5	10	15	1	6	11	16	2	7	12	17	3
1 6	11	16	2	7	12	17	3	8	13	18	4
2 7	12	17	3	8	13	18	4	9	14	19	5
3 8	13	18	4	9	14	19	5	10	15	1	6
4 9	14	19	5	10	15	1	6	11	16	2	7
5 10	15	1	6	11	16	2	7	12	17	3	8
6 11	16	2	7	12	17	3	8	13	18	4	9
7 12	17	3	8	13	18	4	9	14	19	5	10
8 13	18	4	9	14	19	5	10	15	1	6	11
9 14	19	5	10	15	1	6	11	16	2	7	12
10 15	1	6	11	16	2	7	12	17	3	8	13
11 16	2	7	12	17	3	8	13	18	4	9	14
12 17	3	8	13	18	4	9	14	19	5	10	15

De l'Indiction.

56. Les deux cycles dont nous avons parlé, le solaire et le lunaire, ont pour fondement le mouvement du Soleil et celui de la Lune, et par conséquent ils ne dépendent pas de la volonté des hommes. Il y en a un troisième entièrement arbitraire, qu'on appelle *indiction*, ou *cycle de l'indiction romaine*, composé de quinze ans. En le prolongeant jusqu'avant la naissance de J. C., on a le nombre de l'indiction d'une année qui suit cette époque, en ajoutant 3 au nombre des années de l'ère chrétienne, et en divisant la somme par 15; le reste, s'il y en a, marque l'indiction de l'année proposée; mais s'il n'y a point de reste, l'indiction est 15. Si, par exemple, on cherche l'indiction pour l'année 1745, on ajoutera 3 à ce nombre, et l'on divisera la somme 1748 par 15; le quotient sera 116, et le reste 8 : ainsi 8 est l'indiction de l'année 1745.

57. Il paraît, par ce qui a été dit ci-dessus, qu'afin d'avoir les trois cycles, le solaire, le lunaire, et celui de l'indiction pour une des années de l'ère chrétienne, il faut ajouter quelque chose au nombre des années de l'ère chrétienne; savoir, 9 pour le cycle solaire, 1 pour le cycle lunaire, et 3 pour l'indiction, parce que la première année de notre ère était la dixième du cycle solaire, la seconde du cycle lunaire, et la quatrième de l'indiction.

Des Périodes Victorienne et Julienne.

58. Si l'on multiplie le cycle solaire 28 par le cycle lunaire 19, on aura le produit 532, que l'on appelle la période *victorienne*, du nom de *Victorius*, qui la publia l'an 457 : elle renfermait, avant la réforme du Calendrier, toutes les variétés qui peuvent arriver par rapport aux nouvelles et pleines Lunes, comparées avec les lettres dominicales; ensorte qu'après 532 ans, les combinaisons des nouvelles ou pleines Lunes avec les lettres dominicales revenaient les mêmes. La première de ces périodes commence 457 ans avant la naissance de J. C., la seconde à l'an 76, la troisième à l'an 608, etc. Un auteur célèbre, appelé Denis *le Petit*, fit usage de cette période vers

l'an 527, pour déterminer le jour qu'il fallait célébrer la Pâque, et on s'en est toujours servi pour cet effet jusqu'au pape Grégoire XIII.

59. Il faut remarquer que, pendant tout le tems d'une période victorienne, c'est-à-dire pendant 532 ans, il ne peut y avoir deux années, dont l'une ait même cycle solaire et même nombre d'or que l'autre : il se peut bien faire que les deux aient même cycle solaire, ou même cycle lunaire, mais la première ne peut avoir tout à-la-fois même cycle solaire et même cycle lunaire que la seconde. Cela vient de ce que la période victorienne est le produit des cycles entiers 28 et 19. Nous disons *cycles entiers*, parce que le mot *cycle* se prend non-seulement pour la révolution entière, par exemple, de 28 ans, s'il s'agit du cycle solaire, mais aussi pour les différentes années de la révolution, comme quand on dit que le cycle solaire de 1745 était 18. Nous avons pris déjà plusieurs fois le mot de cycle dans ce dernier sens.

60. La période *julienne* est faite à l'imitation de la victorienne : c'est le produit des trois cycles 28, 19, 15 : ainsi c'est une révolution de 7980 ans; car, en multipliant ces trois nombres les uns par les autres, on trouvera au produit 7980. La première année de l'ère chrétienne était la 4714me de cette période; et par conséquent pour trouver à quelle année de la période julienne répond chaque année de l'ère chrétienne, il faut ajouter 4713 à l'année proposée; par exemple, si on ajoute 4713 à 1745, la somme 6458 sera l'année de la période julienne qui répond à l'an 1745.

61. Joseph Scaliger, qui est l'inventeur de cette période, a cru qu'elle pouvait servir à ôter la confusion qui se trouve dans la Chronologie, parce qu'on peut rapporter toutes les époques et tous les événemens à quelques années de cette période, et qu'ainsi elle peut servir comme de mesure commune pour les siècles passés et futurs. Le père Petau s'en est servi dans son grand ouvrage intitulé : *Doctrina temporum*.

62. Comme, dans une période victorienne, il ne peut y avoir deux années qui aient même cycle solaire et même cycle

lunaire, de même, dans la période julienne, c'est-à-dire dans l'espace de 7980 ans, il ne peut se rencontrer deux années, dont l'une ait ensemble même cycle solaire, même cycle lunaire, et même indiction que l'autre : c'est pourquoi, ces trois cycles étant donnés, on peut trouver l'année de la période julienne à laquelle ils appartiennent.

Nous ne donnerons pas ici cette méthode, parce qu'elle pourrait embarrasser ceux qui n'ont pas quelque habitude du calcul algébrique, et que d'ailleurs on n'en fait pas usage (*).

De la Réformation du Calendrier en 1582.

63. Il y avait deux défauts dans le Calendrier ancien : le premier était que l'année astronomique est plus courte que ne l'avait supposé Jules-César; car elle n'est que de $365^j\ 5^h$ et environ $49'$, et non pas $365^j\ 6^h$, comme on l'avait cru : ainsi l'erreur est de $11'$. Or ces $11'$ font environ 24^h en 134 ans : ensorte qu'après ces 134 ans, l'équinoxe arrive un jour plus tôt qu'il n'arrivait en faisant l'année de $365^j\ 6^h$: c'est pourquoi, sous le pontificat de Grégoire XIII, vers l'an 1580, l'équinoxe du printems, qui, du tems du Concile de Nicée, tenu en 325, tombait au 21 de mars, arrivait pour lors au 11 de ce mois. Ainsi les $11'$ de différence avaient produit une différence de 10 jours entiers, que l'on voulait corriger, pour conserver l'usage qui avait eu lieu au tems du Concile.

64. Il fut facile de remédier à cet inconvénient, en retranchant 10 jours de l'année civile; et c'est ce qui se fit à Rome l'an 1582 au mois d'octobre : car le jour qui suit la saint François, c'est-à-dire le 5 de ce mois, fut compté pour le 15; ainsi on supprima 10 jours de ce mois; et par là l'équinoxe du printems revint au 21 de mars, parce que, par la suppression de dix jours, on compta le 21 de mars dix jours plus tôt qu'on n'aurait fait sans cela : de même que l'on compta le 15 d'octobre dix jours avant qu'on ne l'aurait compté en suivant l'ancien usage.

(*) *Voyez* l'Astronomie de M. Delambre, tome III, pag. 704.

65. Mais pour empêcher que l'on ne retombât dans le même inconvénient, on résolut de retrancher ce qu'il y avait de trop dans l'année julienne, c'est-à-dire un jour sur 134 ans, et par conséquent trois jours sur 400 ans. On régla donc que, sur 400 ans, les dernières années des trois premiers siècles ne seraient pas bissextiles, et qu'il n'y aurait que la dernière du IVe siècle qui le serait. Par exemple, les années 1700 et 1800 n'ont pas été bissextiles : 1900 ne le sera pas non plus; mais l'an 2000 le sera. Ainsi, comme selon le Calendrier Julien, la dernière de quatre années consécutives est la seule qui soit bissextile, de même aussi, selon le Calendrier Grégorien, sur quatre centièmes années, il n'y a que la dernière qui soit bissextile. Par ce moyen, on retranche trois jours en 400 ans; car, selon le Calendrier de Jules-César, la centième, c'est-à-dire la dernière année de chaque siècle, devait toujours être bissextile. Voilà comme on a remédié au premier défaut du Calendrier.

[On peut donc établir pour règle, dans le Calendrier Grégorien, que les années séculaires ne sont bissextiles, que quand après avoir supprimé les deux zéros du nombre qui les exprime, ce nombre est encore divisible exactement par 4.]

66. Il paraît, par ce que nous venons de dire, que l'on compte aujourd'hui douze jours de plus que l'on ne compterait, sans la correction qui a été faite par les ordres du pape Grégoire XIII, à cause des dix jours que l'on supprima tout d'un coup en 1582, et de ceux que l'on a retranchés en 1700 et 1800 : aussi les Russes, qui n'ont pas adopté la réforme du Calendrier, comptent douze jours de moins que nous, ensorte que le jour qui est, par exemple, le 21 du mois, n'est compté chez eux que pour le 19; et par conséquent les dix premiers jours de chaque mois sont comptés chez eux pour les douze derniers du mois précédent. Afin de distinguer ces deux manières différentes de compter les jours des mois, celle que conservent encore les Russes est appelée *vieux style;* et celle qui est en usage dans le reste de l'Europe s'appelle *nouveau style*. Les protestans d'Allemagne ont enfin reçu le nouveau style en 1700, quoiqu'il ait été réglé par un pape; mais les Anglais ne l'ont adopté qu'en 1752.

67. Le second défaut du Calendrier ancien, c'est que les nouvelles lunes n'étaient pas indiquées exactement par les nombres d'or qui avaient été placés dans le Calendrier vers l'an 530; mais elles précédaient de quatre jours celui auquel elles étaient marquées : par exemple, la nouvelle lune, qui était marquée au 5 de janvier, arrivait au premier de ce mois. Cela vient de ce que la durée de 235 lunaisons contenues en 19 ans, est un peu plus courte que les 19 années : car il arrive de là, comme nous l'avons dit, qu'après 625 ans, la nouvelle Lune tombe deux jours plus tôt qu'auparavant; et si 625 ans font une erreur de deux jours, 1250 ans ont dû produire une erreur de quatre jours. Or il faut compter environ 1250 ans jusqu'au tems de Grégoire XIII; car, quoique les nombres d'or aient été placés dans le Calendrier vers l'an 530, on les a néanmoins disposés comme on aurait fait du tems du Concile de Nicée tenu en 325.

68. Il paraîtrait donc qu'il aurait fallu remettre les nombres d'or quatre lignes plus haut, c'est-à-dire quatre jours plus tôt qu'ils n'étaient, afin qu'ils indiquassent au juste les nouvelles Lunes. Mais le retranchement de dix jours, dont nous avons parlé, obligeait au contraire de faire descendre les nombres d'or dix places au-dessous de celles qu'ils occupaient : par exemple, ceux qui étaient au 5 et au 6 de janvier devaient être remis au 15 et au 16 de ce mois. La raison de cela, est que les deux jours qui, sans la réforme, auraient été appelés le 5 et le 6 janvier, sont devenus, par cette réforme, le 15 et le 16 : de même que le jour du mois d'octobre, qui aurait été appelé le 5, fut compté pour le 15. Ainsi puisque, d'un côté, il fallait remonter les nombres d'or de quatre jours vers le commencement de chaque mois, et que, de l'autre, il fallait les faire descendre de dix jours vers la fin, il s'ensuit qu'en faisant une juste compensation, il fallait les abaisser seulement de six places; et par conséquent ceux qui répondaient, avant la réforme, au 5 et au 6 de janvier, devaient être remis au 11 et au 12, ainsi de tous les autres nombres d'or à proportion.

69. Il n'aurait pas été difficile de remettre les nombres d'or

six places au-dessous de celles qu'ils occupaient, afin qu'ils indiquassent exactement les nouvelles Lunes; mais le Calendrier aurait encore eu besoin dans la suite d'une nouvelle réforme, si l'on n'avait fait d'autre changement; car 1° toutes les fois qu'on aurait retranché un jour dans l'année à la fin du siècle, il aurait fallu abaisser les nombres d'or d'une ligne, comme il paraît par ce que nous venons de dire touchant le retranchement des dix jours. Or Grégoire XIII ordonnait qu'on retrancherait un jour sur chaque centième année, excepté la quatrième. 2° Il aurait fallu, au contraire, remonter les nombres d'or d'un jour au bout de 312 ans et demi, parce que, après ce nombre d'années, les nouvelles Lunes arrivent un jour plus tôt qu'auparavant, comme nous l'avons fait voir.

70. Lorsque la nouvelle Lune arrive un jour plus tard qu'auparavant, les computistes appellent ce retardement *métemptose* ou *équation solaire*, et, au contraire, ils nomment *proemptose* ou *équation lunaire* l'anticipation de la nouvelle Lune, c'est-à-dire quand elle arrive un jour plus tôt qu'auparavant par l'imperfection du cycle lunaire.

71. Après ce que nous avons dit, on voit que les nombres d'or n'étaient pas propres pour un Calendrier perpétuel : les astronomes en convenaient, mais il fallait une autre méthode. Un savant astronome et médecin de Naples, appelé Aloysius-Lilius (Luigi Lilio), proposa un moyen de faire un Calendrier perpétuel, qui indiquât les nouvelles Lunes pour tous les jours de chaque année, par le moyen des *épactes;* c'est ce que nous allons expliquer d'après le grand traité du P. Clavius, auquel M. Lalande a fait quelques additions dans son Astronomie.

Des Epactes.

72. Les épactes sont trente nombres que l'on écrit en chiffres romains à côté des jours du mois, comme on plaçait autrefois les nombres d'or. Mais il existe cette différence entre les épactes et les nombres d'or, qu'il y a des épactes vis-à-vis le tous les jours du mois : les nombres d'or, au contraire, ne se

trouvaient que vis-à-vis de quelques jours du mois, c'est-à-dire de ceux où il arrivait des nouvelles Lunes pendant les 19 ans du cycle lunaire. Il n'y avait, par exemple, dans le mois de janvier, que 20 jours qui eussent des nombres d'or : c'est même pour ce sujet que ces nombres étaient insuffisans pour marquer les nouvelles Lunes; car, à cause de la métemptose et de la proemptose, il n'y a point de jours dans le mois où la nouvelle Lune ne puisse arriver dans la suite des tems.

73. Les épactes ont été placées à côté des jours du mois dans un ordre rétrograde, ensorte que l'*astérisque* * qui tient lieu de l'épacte XXX est à côté du premier jour de janvier; ensuite l'épacte XXIX est placée à côté du second, XXVIII vis-à-vis du troisième jour, ainsi de suite jusqu'à l'épacte I, qui répond au 30 de ce mois. Après cela revient l'astérisque * qui répond au 31, et ensuite XXIX à côté du premier février, XXVIII à côté du 2, etc.

74. Les 30 épactes ainsi disposées répondent à 30 jours; et par conséquent elles désignent les 30 jours des mois lunaires qui sont pleins; mais parce qu'il y en a six dans l'année qui sont caves, c'est-à-dire de 29 jours, on a mis ensemble les deux épactes XXV et XXIV, ensorte qu'elles répondent à un même jour dans six différens mois; savoir, au 5 février, au 5 avril, au 3 juin, au 1er août, au 29 septembre, et au 27 novembre. Par ce moyen, les 30 épactes ne répondent qu'à 29 jours dans ces six mois.

75. On a donné le nom d'épactes à ces 30 nombres, parce que celui qui sert pour chaque année désigne l'épacte de cette année. Or l'épacte n'est autre chose que le nombre de jours dont la nouvelle Lune précède le commencement de l'année civile. Par exemple, il y avait XV d'épacte en 1744, parce que la Lune avait 15 jours quand cette année commença. C'est donc pour cela que l'épacte de l'année 1744 est XV. Pareillement l'épacte de 1746 était VII, parce que la Lune avait sept jours quand l'année 1746 commença. On peut dire aussi que l'épacte d'une année désigne le nombre de jours qui restaient au mois de

décembre précédent, après la Lune qui s'est terminée dans ce mois. Cela revient au même que la définition précédente.

76. L'épacte vient de ce que l'année solaire est plus grande que la lunaire, la première étant de 365 jours, et la seconde de 354 seulement. C'est pour cela que l'on dit souvent que l'épacte est l'excès de l'année solaire sur l'année lunaire; mais cette notion de l'épacte pourrait faire croire qu'elle doit toujours être la même, d'autant que l'excès de l'année solaire sur l'année lunaire est toujours onze.

77. L'usage de l'épacte de chaque année consiste donc à indiquer les jours auxquels arrivent les nouvelles Lunes pendant le cours de l'année. Prenons pour exemple VII, qui est l'épacte de 1746 : elle se trouve à côté du 24 janvier, du 22 février, du 24 mars, du 22 avril, du 24 mai, etc. Ainsi la nouvelle Lune est indiquée pour tous ces jours en 1746. Il faut cependant remarquer que le plus souvent la nouvelle Lune arrive un ou deux jours avant celui qui est marqué par l'épacte, quelquefois même trois jours : elle arrive fort rarement le même jour. On l'a fait exprès pour que la Pâque des chrétiens ne concourût pas avec celle des juifs.

78. L'épacte * qui tient lieu de XXX, répond au 1er janvier, ensuite XXIX au 2 de ce mois, XXVIII au 3, XXVII au 4, ainsi de suite dans un ordre rétrograde; afin que ces nombres puissent marquer l'épacte, c'est-à-dire le nombre des jours de la Lune au commencement de l'année pendant laquelle ils indiquent les nouvelles Lunes. Prenons pour exemple l'épacte XXIX : je dis qu'elle doit répondre au 2 janvier. Quand la dernière lunaison d'une année finit au 2 décembre, comme il reste encore 29 jours jusqu'à la fin du mois, l'épacte de l'année suivante doit être XXIX. Or il est nécessaire que cette épacte soit placée au 2 janvier pour marquer la nouvelle Lune, parce que la lunaison qui est composée de 30 jours ayant commencé le 3 décembre, il faut qu'elle finisse au 1er janvier : il paraît donc que l'épacte XXIX doit être placée au 2 janvier, afin de marquer le jour de la nouvelle Lune. Par une raison semblable, l'épacte XXVIII doit répondre au 3 janvier; car, lorsque

la dernière Lune d'une année finit au 3 décembre, il reste encore 28 jours jusqu'à la fin de ce mois : l'épacte de l'année suivante sera donc XXVIII. Or il faut qu'elle soit placée au 3 janvier, parce que la Lune ayant commencé au 4 décembre, il faut qu'elle finisse au 2 janvier, et qu'ainsi la suivante commence au 3. On prouvera de même que les autres épactes doivent être disposées dans un ordre rétrograde, afin qu'elles puissent marquer combien la Lune a de jours quand l'année commence.

79. Afin de comprendre pourquoi on a placé * au lieu de XXX au 1er janvier, il faut faire attention que l'épacte d'une année marque le nombre de jours qui restaient du mois de décembre précédent, après la fin de la Lune qui s'est terminée dans ce mois. Or il peut arriver qu'il y ait une Lune qui se termine au 1er décembre, et une autre au 31. Si l'on a égard à celle qui se termine au 1er décembre, l'épacte de l'année suivante doit être XXX, parce qu'il reste 30 jours après le 1er de ce mois jusqu'à la fin. Mais si l'on a égard à la Lune qui se termine au dernier jour du mois, l'épacte de l'année suivante doit être zéro. Ainsi, pour indiquer la nouvelle Lune qui tombe au 1er janvier, il faudrait mettre à ce jour XXX par rapport à la première Lune, et 0 par rapport à la dernière : mais, au lieu de XXX et de 0, on a mis l'astérisque * qui peut également signifier 30 et 0.

80. Enfin on trouvera l'épacte 19 placée à côté de l'épacte XX au 31 décembre; elle sert seulement lorsque l'épacte XIX concourt avec le nombre d'or XIX. Dans cette année, qui est la dernière des sept embolismiques, à cause du nombre d'or XIX, la Lune qui commence au second jour de décembre où se trouve l'épacte XIX doit finir au 30 du mois : puisque cette Lune ne contient que 29 jours (art. 49), par conséquent la nouvelle Lune doit être le 31. Ainsi l'épacte 19 doit aussi se trouver à côté de ce jour. D'ailleurs, comme on suppose que l'épacte XIX concourt avec le nombre d'or 19, pour avoir l'épacte de l'année suivante, il faut ajouter 12 à 19, comme nous le dirons dans la suite, et ôter 30 de la somme 31; le

reste 1 sera l'épacte de cette année. Or l'épacte I ne se rencontre pas avant le 30 de janvier : c'est pourquoi, si on n'avait pas placé 19 au 31 décembre, il n'y aurait point eu de nouvelle Lune indiquée dans le Calendrier, depuis le 2 décembre jusqu'au 30 janvier suivant : c'est à quoi il fallait remédier.

81. Au reste, il n'y a pas lieu de craindre qu'il y ait deux nouvelles Lunes indiquées au 31 décembre, pendant la révolution du cycle lunaire, à cause des deux épactes 19 et XX qui répondent à ce jour; parce que l'épacte XX ne se trouve pas dans la suite des épactes où XIX concourt avec le nombre d'or XIX. Cette suite unique est marquée D dans la Table étendue des épactes dont nous parlerons ci-après. La dernière fois que l'épacte XIX a concouru avec le nombre d'or XIX, a été en 1690, et cela n'arrivera pas avant 8500 ; mais on a prévu tous les cas, comme on peut le voir plus au long dans le grand Traité du Calendrier, par le P. Clavius, et dans l'Astronomie de Lalande.

En expliquant la construction de la Table étendue des épactes, nous dirons pourquoi on a placé 25 à côté de XXVI dans les mois où les deux épactes XXV et XXIV répondent au même jour, et à côté de XXV dans les autres.

Voici le Calendrier Grégorien qui est présentement en usage dans tous les pays catholiques. Il y a trois colonnes pour chaque mois; la première contient les jours du mois, la seconde les lettres dominicales, et la troisième les épactes. [Comme les Russes suivent encore le vieux style (art. 66), on convertira la date grégorienne en date julienne, en ôtant maintenant et jusques en 1900, douze jours de la première. On est convenu à cet effet d'écrire les deux dates en forme de fraction; ainsi le $\frac{12}{24}$ septembre, signifie que le 12 septembre, style ancien, est le 24 de ce mois, nouveau style].

JANVIER.			FÉVRIER.			MARS.		
J. du mois.	Let. Dom.	Cycle des Epactes.	J. du mois.	Let. Dom.	Cycle des Epactes.	J. du mois.	Let. Dom.	Cycle des Epactes.
1	A	*	1	D	XXIX	1	D	*
2	B	XXIX	2	E	XXVIII	2	E	XXIX.
3	C	XXVIII	3	F	XXVII	3	F	XXVIII
4	D	XXVII	4	G	25. XXVI	4	G	XXVII
5	E	XXVI	5	A	XXV. XXIV	5	A	XXVI
6	F	25. XXV	6	B	XXIII	6	B	25. XXV
7	G	XXIV	7	C	XXII	7	C	XXIV
8	A	XXIII	8	D	XXI	8	D	XXIII
9	B	XXII	9	E	XX	9	E	XXII
10	C	XXI	10	F	XIX	10	F	XXI
11	D	XX	11	G	XVIII	11	G	XX
12	E	XIX	12	A	XVII	12	A	XIX
13	F	XVIII	13	B	XVI	13	B	XVIII
14	G	XVII	14	C	XV	14	C	XVII
15	A	XVI	15	D	XIV	15	D	XVI
16	B	XV	16	E	XIII	16	E	XV
17	C	XIV	17	F	XII	17	F	XIV
18	D	XIII	18	G	XI	18	G	XIII
19	E	XII	19	A	X	19	A	XII
20	F	XI	20	B	IX	20	B	XI
21	G	X	21	C	VIII	21	C	X
22	A	IX	22	D	VII	22	D	IX
23	B	VIII	23	E	VI	23	E	VIII
24	C	VII	24	F	V	24	F	VII
25	D	VI	25	G	IV	25	G	VI
26	E	V	26	A	III	26	A	V
27	F	IV	27	B	II	27	B	IV
28	G	III	28	C	I	28	C	III
29	A	II				29	D	II
30	B	I				30	E	I
31	C	*				31	F	*

AVRIL.			MAI.			JUIN.		
J. du mois.	Let. Dom.	Cycle des Epactes.	J. du mois.	Let. Dom.	Cycle des Epactes.	J. du mois.	Let. Dom.	Cycle des Epactes.
1	G	XXIX	1	B	XXVIII	1	E	XXVII
2	A	XXVIII	2	C	XXVII	2	F	25. XXVI
3	B	XXVII	3	D	XXVI	3	G	XXV. XXIV
4	C	●25. XXVI	4	E	25. XXV	4	A	XXIII
5	D	XXV. XXIV	5	F	XXIV	5	B	XXII
6	E	XXIII	6	G	XXIII	6	C	XXI
7	F	XXII	7	A	XXII	7	D	XX
8	G	XXI	8	B	XXI	8	E	XIX
9	A	XX	9	C	XX	9	F	XVIII
10	B	XIX	10	D	XIX	10	G	XVII
11	C	XVIII	11	E	XVIII	11	A	XVI
12	D	XVII	12	F	XVII	12	B	XV
13	E	XVI	13	G	XVI	13	C	XIV
14	F	XV	14	A	XV	14	D	XIII
15	G	XIV	15	B	XIV	15	E	XII
16	A	XIII	16	C	XIII	16	F	XI
17	B	XII	17	D	XII	17	G	X
18	C	XI	18	E	XI	18	A	IX
19	D	X	19	F	X	19	B	VIII
20	E	IX	20	G	IX	20	C	VII
21	F	VIII	21	A	VIII	21	D	VI
22	G	VII	22	B	VII	22	E	V
23	A	VI	23	C	VI	23	F	IV
24	B	V	24	D	V	24	G	III
25	C	IV	25	E	IV	25	A	II
26	D	III	26	F	III	26	B	I
27	E	II	27	G	II	27	C	*
28	F	I	28	A	I	28	D	XXIX
29	G	*	29	B	*	29	E	XXVIII
30	A	XXIX	30	C	XXIX	30	F	XXVII
			31	D	XXVIII			

JUILLET.			AOUT.			SEPTEMBRE.		
J. du mois.	Let. Dom.	Cycle des Epactes.	J. du mois.	Let. Dom.	Cycle des Epactes.	J. du mois.	Let. Dom.	Cycle des Epactes.
1	G	XXVI	1	C	XXV. XXIV	1	F	XXIII
2	A	25. XXV	2	D	XXIII	2	G	XXII
3	B	XXIV	3	E	XXII	3	A	XXI
4	C	XXIII	4	F	XXI	4	B	XX ●
5	D	XXII	5	G	XX	5	C	XIX
6	E	XXI	6	A	XIX	6	D	XVIII
7	F	XX	7	B	XVIII	7	E	XVII
8	G	XIX	8	C	XVII	8	F	XVI
9	A	XVIII	9	D	XVI	9	G	XV
10	B	XVII	10	E	XV	10	A	XIV
11	C	XVI	11	F	XIV	11	B	XIII
12	D	XV	12	G	XIII	12	C	XII
13	E	XIV	13	A	XII	13	D	XI
14	F	XIII	14	B	XI	14	E	X
15	G	XII	15	C	X	15	F	IX
16	A	XI	16	D	IX	16	G	VIII
17	B	X	17	E	VIII	17	A	VII
18	C	IX	18	F	VII	18	B	VI
19	D	VIII	19	G	VI	19	C	V
20	E	VII	20	A	V	20	D	IV
21	F	VI	21	B	IV	21	E	III
22	G	V	22	C	III	22	F	II
23	A	IV	23	D	II	23	G	I
24	B	III	24	E	I	24	A	*
25	C	II	25	F	*	25	B	XXIX
26	D	I	26	G	XXIX	26	C	XXVIII
27	E	*	27	A	XXVIII	27	D	XXVII
28	F	XXIX	28	B	XXVII	28	E	XXVI
29	G	XXVIII	29	C	XXVI	29	F	XXV. XXIV
30	A	XXVII	30	D	25. XXV	30	G	XXIII
31	B	25. XXVI	31	E	XXIV			

OCTOBRE.			NOVEMBRE.			DÉCEMBRE.		
J. du mois.	Let. Dom.	Cycle des Epactes.	J. du mois.	Let. Dom.	Cycle des Epactes.	J. du mois.	Let. Dom.	Cycle des Epactes.
1	A	XXII	1	D	XXI	1	F	XX
2	B	XXI	2	E	XX	2	G	XIX
3	C	XX	3	F	XIX	3	A	XVIII
4	D	XIX	4	G	XVIII	4	B	XVII
5	E	XVIII	5	A	XVII	5	C	XVI
6	F	XVII	6	B	XVI	6	D	XV
7	G	XVI	7	C	XV	7	E	XIV
8	A	XV	8	D	XIV	8	F	XIII
9	B	XIV	9	E	XIII	9	G	XII
10	C	XIII	10	F	XII	10	A	XI
11	D	XII	11	G	XI	11	B	X
12	E	XI	12	A	X	12	C	IX
13	F	X	13	B	IX	13	D	VIII
14	G	IX	14	C	VIII	14	E	VII
15	A	VIII	15	D	VII	15	F	VI
16	B	VII	16	E	VI	16	G	V
17	C	VI	17	F	V	17	A	IV
18	D	V	18	G	IV	18	B	III
19	E	IV	19	A	III	19	C	II
20	F	III	20	B	II	20	D	I
21	G	II	21	C	I	21	E	*
22	A	I	22	D	*	22	F	XXIX
23	B	*	23	E	XXIX	23	G	XXVIII
24	C	XXIX	24	F	XXVIII	24	A	XXVII
25	D	XXVIII	25	G	XXVII	25	B	XXVI
26	E	XXVII	26	A	25. XXVI	26	C	25. XXV
27	F	XXVI	27	B	XXV. XXIV	27	D	XXIV
28	G	25. XXV	28	C	XXIII	28	E	XXIII
29	A	XXIV	29	D	XXII	29	F	XXII
30	B	XXIII	30	E	XXI	30	G	XXI
31	C	XXII				31	A	19. XX.

82. Pour avoir l'épacte d'une année, il suffit d'ajouter onze à celle de l'année précédente; et si la somme n'excède pas 30, ce sera l'épacte cherchée; mais quand la somme surpasse 30, il faut ôter 30, et le reste est l'épacte de l'année proposée. Par exemple, pour avoir l'épacte de 1745, j'ajoute 11 à celle de 1744 qui est XV, et la somme XXVI est l'épacte cherchée; mais si je voulais avoir l'épacte de 1746, après avoir ajouté 11 à l'épacte de 1745, il faudrait retrancher 30 de la somme 37, et le reste VII serait l'épacte de 1746. Cette méthode souffre une exception dans un cas, lorsque le nombre d'or est I : car pour lors il faut ajouter 12 à la dernière épacte. Ainsi, comme le nombre d'or de 1748 est I, il faut ajouter 12 à XVIII, épacte de 1747; et la somme XXX, ou plutôt l'astérisque * mis à la place de XXX, est l'épacte de 1748.

83. Voici pourquoi l'on retranche 30, lorsque la somme les surpasse. Les onze unités que l'on ajoute chaque année à l'épacte de l'année précédente viennent de ce que l'année solaire est plus grande de 11 jours que l'année lunaire. Or ces 11 jours, ajoutés les uns aux autres, forment les sept mois embolismiques d'un cycle lunaire, qui sont composés de 30 jours. Il faut donc que l'on retranche toujours 30 jours de la somme qui vient, en ajoutant 11 chaque année, au lieu de retrancher alternativement 30 et 29 jours.

84. On remarquera cependant que les 11 jours ajoutés chaque année ne font que 19 fois 11 jours, ou 209 jours pendant le cours du cycle lunaire. Or ces 209 jours font 7 mois embolismiques, dont les 6 premiers sont de 30 jours, mais le dernier n'est que de 29 jours. Ainsi il semble que, sur la fin du cycle lunaire, on ne devrait retrancher que 29 de la somme pour le dernier mois embolismique.

85. Il faut avouer que le dernier retranchement, qui n'a été établi que pour garder l'uniformité, produit une erreur, en ce que cela diminue d'une unité le reste de la soustraction; mais ce défaut est aussitôt réparé, parce qu'au lieu d'ajouter seulement 11 à l'épacte de la dernière année du cycle, on ajoutera 12. Cette addition de 12 au lieu de 11 se doit donc faire

dans chaque année qui a 1 pour nombre d'or ; c'est ce que l'on a fait en 1710, 1729, 1748, 1767, etc., parce que toutes ces années ont 1 pour nombre d'or.

86. Pour trouver l'épacte d'une année lorsqu'on ne connaît pas celle de l'année précédente, il faut multiplier 11 par le nombre des années qui se sont écoulées depuis 1700, en commençant par 1701, jusques et compris l'année dont on cherche l'épacte ; puis on ajoutera 9 au produit, et de plus autant d'unités que le nombre d'or 1 est revenu de fois depuis 1700 jusqu'à l'année proposée inclusivement. Enfin on divisera la somme par 30, le reste de la division sera l'épacte que l'on cherche. S'il n'y avait point de reste après la division, l'épacte de l'année proposée serait XXX, ou plutôt l'astérisque * qui tient la place de XXX. Par exemple, pour trouver l'épacte de 1745, je multiplie 11 par 45, le produit est 495 : ensuite j'ajoute à ce produit 9, et de plus 2, parce que depuis 1700 il y a eu deux années qui ont eu le nombre d'or 1 ; savoir, 1710 et 1729 : enfin je divise la somme 506 par 30, il reste 26 : d'où je conclus que l'épacte de 1745 est XXVI.

87. On multiplie 11 par le nombre des années qui se sont passées après 1700, parce que chaque année on ajoute 11 à l'épacte de l'année précédente : on ajoute 9 au produit, parce que multipliant 11 par 45, dans notre exemple, on suppose que l'épacte de la première année, c'est-à-dire de 1701, est 11, et que l'épacte des autres années se trouve en ajoutant toujours 11 à l'épacte de l'année précédente ; or l'épacte de 1701 est XX ; ainsi elle a neuf unités de plus que 11 ; et c'est pour cela qu'il faut ajouter 9 au produit de 11 par 45. De plus, on ajoute aussi autant de fois l'unité, qu'il y a eu d'années depuis 1700 qui ont eu pour nombre d'or 1, parce que dans ces années il faut ajouter 12 au lieu de 11 à l'épacte de l'année précédente. Par cette raison, il faudra ajouter 3 au produit pour l'année 1748 et les suivantes, parce que le nombre d'or de 1748 est aussi 1. Pareillement il faudra ajouter 4 au produit pour l'année 1767 et les suivantes, car le nombre d'or 1 revient de 19 en 19 ans. Pour ce qui est de la dernière opération

de la méthode, je veux dire la division, il est clair qu'on divise par 30 la somme qui vient après les deux additions dont on vient de parler, parce qu'on retranche 30 quand, après avoir ajouté 11 à l'épacte de la dernière année, la somme surpasse 30.

88. On peut se servir de cette méthode sans aucun autre changement jusqu'à l'année 1900. Mais dans cette année il y aura une métemptose, c'est-à-dire que la nouvelle Lune tombera un jour plus tard qu'elle ne sera arrivée auparavant; et par là l'épacte sera moindre d'une unité cette année et les suivantes, qu'elle n'aurait été sans la métemptose. Mais on trouvera encore plus facilement l'épacte de chaque année pour tous les siècles, soit antérieurs, soit postérieurs, par le moyen de la *Table étendue* des épactes dont nous allons parler.

89. Voici comment l'on a formé cette Table : on a mis au haut les 19 nombres d'or du cycle lunaire, en commençant par 1, 2, 3. Sous chacun de ces nombres on a placé une colonne de 30 épactes; il y a donc 19 de ces colonnes, et par conséquent la Table contient trente suites ou *séries* horizontales de 19 épactes chacune. L'ordre des épactes contenues dans chaque colonne est en allant de bas en haut, ensorte que la première épacte de chaque colonne est en bas, la seconde au-dessus, ainsi de suite. La première colonne, au haut de laquelle est le nombre d'or I, a pour première épacte I; la seconde est II, la troisième III, la quatrième IV, etc. La seconde colonne est formée de la première, en ajoutant 11 à chaque épacte de cette première colonne, et en retranchant 30 toutes les fois que la somme est plus grande que 30. On forme de même toutes les autres; il suffit d'avoir la première épacte de chaque colonne, pour voir tout d'un coup quelles doivent être les autres de la même colonne, parce qu'elles vont de bas en haut selon la suite des nombres naturels 1, 2, 3, 4, 5, etc., en recommençant à compter I après l'étoile * qui tient la place de XXX. Ainsi on a formé la seconde colonne en ajoutant d'abord 11 à I qui est la première épacte de la première colonne, ce qui a donné XII pour la première épacte

de la seconde colonne. D'où l'on voit que la seconde épacte est XIII, la troisième XIV, etc. Pareillement si on ajoute 11 à la première épacte de la seconde colonne, la somme XXIII sera la première épacte de la troisième colonne; ainsi la seconde épacte sera XXIV, la troisième XXV. Il faut pourtant remarquer que la première colonne, au haut de laquelle se trouve le nombre d'or I, a été composée en ajoutant 12 au lieu de 11 à chaque épacte de la précédente qui est la 19me. Par exemple, on a ajouté 12 à XIX, première épacte de la 19me colonne; ensuite on a retranché 30 de la somme 31, et on a pris le reste 1 pour la première épacte de la première colonne.

90. Les trente suites horizontales des épactes sont indiquées par autant de lettres appelées *indices*, qui sont à la gauche des épactes : il y en a 19 en petits caractères, et 11 en grands. On a omis quelques-unes des lettres de l'alphabet, afin d'éviter l'équivoque qu'elles auraient pu causer : par exemple, on n'a pas mis le grand I de peur de le confondre avec le petit. Il en est de même de K en grand par rapport de k en petit. On n'a pas non plus employé L en grand, parce qu'on se sert quelquefois de cette lettre pour signifier 50. De même on aurait pu prendre la lettre o pour zéro.

91. On a mis 25 en chiffres arabes au lieu de XXV dans toutes les colonnes dont les nombres d'or surpassent III; mais on a mis XXV dans les autres colonnes. Cette précaution est relative à la disposition des épactes dans le Calendrier où l'on a placé 25 à côté de XXVI dans les mois qui ont les deux épactes XXV et XXVI au même jour; mais on a mis 25 à côté de XXV dans les autres mois. Cette disposition des épactes a été employée, afin que les nouvelles Lunes ne fussent pas indiquées plusieurs fois au même jour dans le Calendrier, pendant l'espace de dix-neuf ans, qui est le tems d'un cycle lunaire, parce qu'effectivement deux nouvelles Lunes ne peuvent tomber au même jour. Or, par cet artifice qu'on a employé dans la disposition du Calendrier, on évite l'inconvénient dont on vient de parler : car, dans les huit suites où les deux épactes vingt-cinq et vingt-quatre se trouvent ensemble, au

lieu de XXV on a mis 25, qui, dans le Calendrier, se trouve partout un jour plus haut que XXIV : ces huit suites sont celles qui ont les lettres indices b, e, k, n, r, B, E, N. Et, pour éviter le même inconvénient par rapport à 25 et à XXVI, qui répondent au même jour dans six mois, on a mis XXV au lieu de 25 dans les huit séries qui contiennent les épactes vingt-cinq et vingt-six. Ce sont les séries qui ont pour lettres indices c, f, I, p, s, G, F, P.

92. Puisqu'on a mis 25 au lieu de XXV dans toutes les colonnes dont les nombres d'or surpassent 11 et XXV dans les autres, il s'ensuit que, quand les années ont vingt-cinq d'épacte, si elles ont des nombres d'or plus grands que 11, on prend 25 pour marquer les nouvelles Lunes dans le Calendrier; et si les années ont des nombres d'or qui n'excèdent pas 11, on prend XXV; et ces deux épactes sont distinguées par le caractère ou par la couleur, quoiqu'elles soient un même nombre.

On a mis 25 en chiffres arabes, ou en lettres rouges, dans les bréviaires, au lieu de XXV en chiffres romains, dans les lignes où les deux épactes 24 et 25 se trouvent ensemble, et peuvent revenir dans l'espace de dix-neuf ans. Ce nombre 25 est mis dans le Calendrier à côté de XXVI, parce que, dans ces mêmes lignes d'épactes, les nombres 25 et XXVI ne peuvent pas se trouver ensemble dans les dix-neuf ans, dès-lors que vingt-quatre et vingt-cinq s'y trouvent : cela vient de ce qu'il faut onze places pour que l'épacte augmente d'un, comme Lalande l'a fait voir dans les Mémoires de l'Académie des Sciences pour 1789, où il a expliqué fort en détail ce qui concerne cet artifice du Calendrier des épactes, sur lequel Clavius ne s'était point assez prononcé.

93. Les trente suites ou séries d'épactes contenues dans cette Table tiennent lieu de trente Calendriers qu'il aurait fallu faire avec les nombres d'or, si l'on avait voulu garder ces nombres pour indiquer les nouvelles Lunes : ensorte qu'on change la suite dont on se servait auparavant, toutes les fois qu'il aurait fallu changer de Calendrier en retenant les nombres d'or, à

cause de l'équation solaire ou de l'équation lunaire. On a fixé ces changemens aux années qui sont les centièmes ou les dernières des siècles, non pas qu'on ait marqué un changement à la fin de chaque siècle; mais, toutes les fois qu'il y en a d'indiqué, c'est toujours dans ces années, parce que les règles deviennent plus commodes. Les nombres d'or qui sont au haut de la Table ne servent donc plus à marquer les nouvelles Lunes dans le Calendrier, puisqu'elles sont indiquées par les épactes; mais ils sont destinés dans cette Table à montrer l'épacte en usage dans chaque année. Pour trouver cette épacte par la Table, il faut savoir quelle est la suite en usage dans le siècle qui renferme l'année proposée : c'est ce que l'on connaîtra par une autre Table dont nous parlerons bientôt. Après cela on regardera quelle est l'épacte de cette suite, ou de ce cycle, qui est au-dessous du nombre d'or de la même année : c'est l'épacte cherchée. Par exemple, si je veux connaître l'épacte de 1744, je cherche dans la suite C, qui est en usage pendant tout le XVIIIme siècle et le suivant, quelle est l'épacte qui répond au nombre d'or 16, je trouve que c'est XV : d'où je conclus que l'épacte pour cette année est XV.

La Table qu'on va donner est un peu différente de celle qui se trouve dans Clavius et dans l'Astronomie de Lalande : nous avons cru que l'ordre en était plus naturel, parce que le premier nombre d'or de cette Table est 1, au lieu que le premier nombre d'or de la Table ancienne est 3, relativement à l'époque du Concile de Nicée. Au reste, les cycles des épactes sont les mêmes dans l'une et dans l'autre Table, et ils se suivent dans le même ordre, comme il est facile de s'en assurer par la suite des lettres indices qui ne sont point changées.

TAB

DES ÉPACT

NOMBI

		1	2	3	4	5	6	7	8	9
		ÉPACTES.								
Lettres indices des trente suites ou cycles des Epactes.	C	*	xj	xxij	iij	xiv	xxv	vj	xvij	xxv
	B	xxix	x	xj	ij	xiij	xxiv	v	xvj	xxv
	A	xxvii	ix	xx	j	xij	xxiij	iv	xv	xxv
	u	xxvij	viij	xix	*	xj	xxij	iij	xiv	xxv
	t	xxvj	vij	xviij	xxix	x	xxj	ij	xiij	xxiv
	f	xxv	vj	xvij	xxviij	ix	xx	j	xij	xxii
	r	xxiv	v	xvj	xxvij	viij	xix	*	xj	xxij
	q	xxiij	iv	xv	xxvj	vij	xviij	xxix	x	xxj
	p	xxij	iij	xiv	xxv	vj	xvij	xxviij	ix	xx
	n	xxj	ij	xiij	xxiv	v	xvj	xxvij	viij	xix
	m	xx	j	xij	xxiij	iv	xv	xxvj	vij	xviij
	l	xix	*	xj	xxij	iij	xiv	xxv	vj	xvij
	k	xviij	xxix	x	xxj	ij	xiij	xxiv	v	xvj
	i	xvij	xxviij	ix	xx	j	xij	xxiij	iv	xv
	h	xvj	xxvij	viij	xix	*	xj	xxij	iij	xiv
	g	xv	xxvj	vij	xviij	xxix	x	xxj	ij	xiij
	f	xiv	xxv	vj	xvij	xxviij	ix	xx	j	xij
	e	xiij	xxiv	v	xvj	xxvij	viij	xix	*	xj
	d	xij	xxiij	iv	xv	xxvj	vij	xviij	xxix	x
	c	xj	xxij	iij	xiv	xxv	vj	xvij	xxviij	ix
	b	x	xxj	ij	xiij	xxiv	v	xvj	xxvij	viij
	a	ix	xx	j	xij	xxiij	iv	xv	xxvj	vij
	p	viij	xix	*	xj	xxij	iij	xiv	xxv	vj
	N	vij	xviij	xxix	x	xxj	ij	xiij	xxiv	v
	M	vj	xvij	xxviij	ix	xx	j	xij	xxiij	iv
	H	v	xvj	xxvij	viij	xix	*	xj	xxij	iij
	G	iv	xv	xxvj	vij	xviij	xxix	x	xxj	ij
	F	iij	xiv	xxv	vj	xvij	xxviij	ix	xx	j
	E	ij	xiij	xxiv	v	xvj	xxvij	viij	xix	*
	D	j	xij	xxiij	iv	xv	xxvj	vij	xviij	xxix

TENDUE

ES NOUVELLES LUNES.

OR.									
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
				ÉPACTES.					
	xx	j	xij	xxiij	iv	xv	xxvj	vij	xviij
j	xix	*	xj	xxij	iij	xiv	25	vj	xvij
	xviij	xxix	x	xxj	ij	xiij	xxiv	v	xvj
	xvij	xxviij	ix	xx	j	xij	xxiij	iv	xv
	xvj	xxvij	viij	xix	*	xj	xxij	iij	xiv
	xv	xxvj	vij	xviij	xxix	x	xxj	ij	xiij
	xiv	25	vj	xvij	xxviij	ix	xx	j	xij
	xiij	xxiv	v	xvj	xxvij	viij	xix	*	xj
	xij	xxiij	iv	xv	xxvj	vij	xviij	xxix	x
	xj	xxij	iij	xiv	25	vj	xvij	xxviij	ix
ix	x	xxj	ij	xiij	xxiv	v	xvj	xxvij	viij
viij	ix	xx	j	xij	xxiij	iv	xv	xxvj	vij
vij	viij	xix	*	xj	xxij	iij	xiv	xxv	vj
vj	vij	xviij	xxix	x	xxj	ij	xiij	xxiv	v
v	vj	xvij	xxviij	ix	xx	j	xij	xxiij	iv
iv	v	xvj	xxvij	viij	xix	*	xj	xxij	iij
iij	iv	xv	xxvj	vij	xviij	xxix	x	xxj	ij
ij	iij	xiv	25	vj	xvij	xxviij	ix	xx	j
j	ij	xiij	xxiv	v	xvj	xxvij	viij	xix	*
	j	xij	xxiij	iv	xv	xxvj	vij	xviij	xxix
x	*	xj	xxij	iij	xiv	25	vj	xvij	xxviij
iij	xxix	x	xxj	ij	xiij	xxiv	v	xvj	xxvij
ij	xxviij	ix	xx	j	xij	xxiij	iv	xv	xxvj
j	xxvij	viij	xix	*	xj	xxij	iij	xiv	xxv
	xxvj	vij	xviij	xxix	x	xxj	ij	xiij	xxiv
v	xxv	vj	xvij	xxviij	ix	xx	j	xij	xxiij
j	xxiv	v	xvj	xxvij	viij	xix	*	xj	xxij
j	xxiij	iv	xv	xxvj	vij	xviij	xxix	x	xxj
	xxij	iij	xiv	25	vi	xvij	xxviij	ix	xx
	xxj	ij	xiij	xxiv	v	xvj	xxvij	viij	xix

94. Afin de voir aisément quand il faut faire un changement de séries et comment on doit le faire, nous allons donner une autre Table contenue en deux pages, dont chacune renferme huit colonnes séparées en deux corps, qui contiennent chacun quatre colonnes. La première est composée des lettres indices qui sont dans la Table précédente ; la seconde contient les années séculaires ou les dernières de chaque siècle ; la troisième ne renferme que l'abrégé du mot bissextile placé à côté des centièmes années qui sont effectivement bissextiles ; la quatrième contient les signes ℂ ou ℂℂ. De plus, on a mis dans cette quatrième, vis-à-vis des années 1800 et 118000, éloignées l'une de l'autre de 10000 ans, le signe double ℂℂ avec une † entre les deux ℂ † ℂ.

95. On veut savoir quelle est la suite ou série des épactes dont il faudra se servir dans un siècle, on regardera quelle est la lettre indice qui répond à la centième année qui précède ce siècle : cette lettre indiquera dans la Table étendue des épactes quelle sera la suite en usage dans le siècle proposé : par exemple, s'il s'agit du XVIIIe siècle, on regardera la lettre qui répond à 1700, c'est C : on cherchera donc, dans la Table étendue des épactes, la série indiquée par C, savoir *, XI, XXII, III, etc. c'est la série dont on a fait usage dans le XVIIIe siècle.

96. Quant à la construction de la Table de l'équation des épactes, il faut se souvenir, 1°. que l'équation solaire ou la métemptose, qui arrive par la suppression d'un jour, fait tomber la nouvelle Lune un jour plus bas, ou plus vers la fin du mois ; 2°. que l'équation lunaire ou la proemptose est cause que la nouvelle Lune arrive un jour plus tôt. Or l'équation solaire arrive trois fois en 400 ans, et l'équation lunaire de 300 en 300 ans pendant 2400 ans ; mais après ce tems la première équation lunaire du cycle suivant ne se fait qu'au bout de 400 ans : ensorte que l'on ajoute 100 ans après les 2400, pour achever le cycle lunaire qui contient 2500 ans ; parce que la nouvelle Lune n'arrive un jour plus tôt qu'après 312 ans et demi, et non pas précisément après 300 ans. Cela posé, voici la règle

que l'on a suivie pour la construction de cette Table : dans les centièmes années qui ne sont pas bissextiles et où il ne se fait pas d'équation lunaire, on prend dans la colonne à gauche de la Table étendue des épactes une lettre au-dessous de celle qui était auparavant en usage. Quand il y a équation lunaire sans équation solaire, on prend une lettre au-dessus ; et, quand les deux équations arrivent la même année, on ne change pas de lettre. La Table de l'équation des épactes montre quelles sont les centièmes années qui ne sont pas bissextiles : ce sont toutes celles à côté desquelles il n'y a rien dans la troisième colonne : par exemple, 1700, 1800, 1900. Elle montre aussi quelles sont les années de la Table où il y a équation lunaire ; elles sont distinguées des autres par le signe ☾ ou ☾☾ placé vis-à-vis des années dans la quatrième colonne. Ce signe ☾☾ se trouve après 2500 ans, pour marquer la première des équations lunaires qui se font dans cet espace de tems. Quant au signe ✝ qui revient après 10000 ans, c'est pour marquer que les lettres indices reviennent dans le même ordre après 10000 ans, quoique ce ne soient pas les mêmes. Elles seraient les mêmes seulement après trois cent mille ans, comme on le peut voir dans l'*Astronomie* de Lalande : on trouve cette Table, prolongée jusqu'à trois cent mille ans, dans le traité de Clavius.

TABLE

DE L'ÉQUATION DES ÉPACTES.

Années.			
N	1		
P	320	Biss.	
P	500	Biss.	
a	800	Biss.	☾
b	1100	Biss.	☾
c	1400	Biss.	☾
Après le retranchement des dix jours.			
D	1582		
D	1600	Biss.	
C	1700		
C	1800		☾+☾
B	1900		
B	2000	Biss.	
B	2100		☾
A	2200		
u	2300		
A	2400	Biss.	☾
u	2500		
t	2600		
t	2700		☾
t	2800	Biss.	
s	2900		
s	3000		☾
r	3100		
r	3200	Biss.	
r	3300		☾
q	3400		
q	3500		

Années.			
q	3600	Biss.	☾
p	3700		
n	3800		
n	3900		☾
n	4000	Biss.	
m	4100		
l	4200		
l	4300		☾☾
l	4400	Biss.	
k	4500		
k	4600		☾
i	4700		
i	4800	Biss.	
i	4900		☾
h	5000		
g	5100		
h	5200	Biss.	☾
g	5300		
f	5400		
f	5500		☾
f	5600	Biss.	
e	5700		
e	5800		☾
d	5900		
d	6000	Biss.	
d	6100		☾
c	6200		
b	6300		
c	6400	Biss.	☾
b	6500		

SUITE DE LA TABLE

DE L'ÉQUATION DES ÉPACTES.

Années.				Années.			
a	6600			u	9600	Biss.	☾
P	6700			t	9700		
a	6800	Biss.	☾☾	s	9800		
P	6900			s	9900		☾
N	7000			s	10000	Biss.	
N	7100		☾	r	10100		
N	7200	Biss.		r	10200		☾
M	7300			q	10300		
M	7400		☾	q	10400	Biss.	
H	7500			q	10500		☾
H	7600	Biss.		p	10600		
H	7700		☾	n	10700		
G	7800			p	10800	Biss.	☾
F	7900			n	10900		
G	8000	Biss.	☾	m	11000		
F	8100			m	11100		☾
E	8200			m	11200	Biss.	
E	8300		☾	l	11300		
E	8400	Biss.		l	11400		☾
D	8500			k	11500		
D	8600		☾	k	11600	Biss.	
C	8700			i	11700		
C	8800	Biss.		i	11800		☾+☾
C	8900		☾	h	11900		
B	9000			h	12000	Biss.	
A	9100			h	12100		☾
A	9200	Biss.		g	12200		
A	9300		☾☾	f	12300		
u	9400			g	12400	Biss.	☾
t	9500			f	12500		

97. Après tout ce que nous avons dit, il paraît qu'il n'y aura jamais rien à changer dans la disposition du Calendrier pour les nouvelles Lunes ; car, quand même les équations, soit solaires, soit lunaires, ne seraient pas bien marquées dans la Table de l'équation des épactes pour les siècles à venir, il s'ensuivrait seulement qu'il faudrait prendre une autre suite d'épactes que celle qui serait marquée dans la Table étendue des épactes : mais il n'y aurait point de changement à faire dans le Calendrier, qui par conséquent est perpétuel par sa forme et par sa nature.

DE L'USAGE DU CALENDRIER.

Il y a deux usages du Calendrier qui dépendent des épactes ; le premier sert à connaître l'âge de la Lune pour tous les jours de l'année. Le second est pour trouver quel jour on doit célébrer la fête de Pâques, et c'était un objet capital dans l'idée des réformateurs.

98. Afin de connaître l'âge de la Lune par le Calendrier, il faut chercher d'abord quelle est l'épacte de l'année dans laquelle arrive le jour proposé ; ensuite voir dans le Calendrier le dernier jour vis-à-vis duquel se trouve cette épacte avant celui dont il s'agit ; ce jour auquel répond l'épacte est celui de la nouvelle Lune. Il sera facile de trouver l'âge de la Lune pour tous les jours suivans : par exemple, je veux savoir le quantième de la Lune pour le 20 février 1744, l'épacte de cette année est XV : or cette épacte se trouve vis-à-vis du 14 février : la nouvelle Lune arrive donc ce jour-là ; par conséquent le 20 février 1744 est le 7 de la Lune. Nous avons déjà remarqué (art. 77) que le Calendrier n'indique ordinairement les nouvelles Lunes vraies qu'un ou deux jours après qu'elles sont arrivées.

99. Il y a une autre méthode plus commune, indépendante du Calendrier : elle consiste à prendre la somme de trois nombres ; savoir, de l'épacte, des jours du mois depuis le premier inclusivement jusques et compris celui pour lequel on cherche l'âge de la Lune, et enfin des mois depuis celui de mars exclu-

sivement; car je suppose qu'il s'agit de quelques-uns des mois qui sont après celui de mars : si ces trois nombres ajoutés ensemble ne surpassent pas 30, ils marquent l'âge de la Lune; mais s'ils sont plus grands que 30, il faut ôter 30, et le reste montrera l'âge de la Lune. Par exemple, pour connaître l'âge de la Lune au 15 août 1744, je prends l'épacte XV, qui est celle de 1744; puis j'y ajoute 15, qui sont les jours passés depuis le commencement du mois; ensuite j'y ajoute encore 5, qui marque le nombre des mois après mars jusqu'au mois d'août inclusivement : la somme est 35; d'où j'ôte 30, et le reste 5 marque l'âge de la Lune au 15 août 1744.

100. Voici la raison de cette méthode. L'épacte d'une année marque l'âge de la Lune avant le commencement de l'année. Ainsi l'épacte XV montre que la Lune avait 15 jours au 31 décembre 1743; et, comme les mois de janvier et de février pris ensemble sont égaux à la durée de deux lunaisons, il s'ensuit que le dernier jour de février 1744 était encore le 15 de la Lune. Par conséquent, s'il s'agissait de savoir le quantième de la Lune pour un jour du mois de mars, par exemple, pour le 5, il suffirait d'ajouter à l'épacte le nombre des jours passés depuis le commencement du mois. Dans l'exemple proposé, il faudrait donc ajouter 5 à 15, et la somme 20 désignerait l'âge de la Lune. D'où il est facile de voir que si tous les mois lunaires étaient égaux aux mois solaires et civils, il suffirait d'ajouter ces deux nombres, savoir l'épacte et les jours du mois : mais, depuis le mois de mars les mois solaires excédant les lunaires d'un jour, il est nécessaire d'ajouter à ces deux nombres autant d'unités qu'il y a de mois passés depuis le mois de mars.

101. Pour ce qui est des mois de janvier et de mars, on prend seulement la somme de l'épacte et des jours du mois; et quand il s'agit de février, on ajoute 1 à la somme de ces deux nombres. Ainsi, pour savoir l'âge de la Lune au 20 février 1744, je prends XV, qui est l'épacte de l'année; puis j'y ajoute 20 pour les jours du mois, et 1 à cause des 31 jours de janvier; la somme est 36 : d'où ôtant 30, il reste 6, qui est l'âge de la

Lune au 20 février 1744 selon cette méthode, quoique, suivant le Calendrier Grégorien, nous ayions trouvé que ce jour est le 7 de la Lune.

102. On peut perfectionner cette méthode, 1°. en ne retranchant de la somme des trois nombres, quand elle monte au moins jusqu'à 30, en ne retranchant, dis-je, que 29 au lieu de 30 pour les mois pairs de la Lune, savoir le 2e, le 4e, le 6e, le 8e, le 10e, et le 12e, c'est-à-dire février, avril, juin, août, octobre, et décembre, qui ne contiennent chacun que 29 jours; 2°. en prenant plus exactement l'épacte des mois, c'est-à-dire le 3e nombre que nous avons dit qu'il faut ajouter pour les mois passés après celui de mars. La voici écrite au-dessus de chacun des mois, selon qu'elle leur convient.

0	1	0	1	2	3
janvier,	*février*,	*mars*,	*avril*,	*mai*,	*juin*,
4	5	7	7	9	9
juillet,	*août*,	*septembre*,	*octobre*,	*novembre*,	*décembre*.

On voit que les épactes de septembre et de novembre surpassent celles des mois d'août et d'octobre de deux unités. C'est parce que ces deux derniers mois sont chacun de deux jours plus longs que les mois lunaires qui y répondent. Au contraire, les épactes des mois d'octobre et de décembre sont les mêmes que celles de septembre et de novembre, parce que ces deux derniers mois solaires n'excèdent pas les mois lunaires qui s'y terminent. On se souviendra aisément quelles sont les épactes des mois qui suivent celui de mars, si on fait attention qu'elles sont égales au nombre de ces mois jusqu'à celui d'août inclusivement; que celles de septembre et d'octobre sont chacune 7, et celles de novembre et de décembre sont toutes les deux 9. Quand on parle d'épacte sans spécifier ni celle de l'année ni celle des mois, il faut entendre celle de l'année.

Selon la première correction, l'âge de la Lune au 15 du mois d'août 1744 est de 6 jours, parce qu'il ne faut ôter de la somme 35 que 29 au lieu de 30.

103. Le second usage du Calendrier, et le principal, qui a

été cause que l'Eglise s'est intéressée à la réforme de l'ancien Calendrier, consiste à faire connaître le jour auquel on doit célébrer la fête de Pâques, d'après l'intention du Concile de Nicée, quoiqu'il y ait du doute là-dessus (*Astronomie* de Lalande, art. 1576, édition de 1792). On suppose que le Concile de Nicée, qui s'est tenu en 325, voulait qu'on célébrât la fête de Pâques le dimanche qui suit la pleine Lune du jour de l'équinoxe du printems, ou qui vient immédiatement après cet équinoxe. Or l'équinoxe du printems était alors le 26 du mois de mars, et d'ailleurs le jour de la pleine Lune est toujours le 14 depuis la nouvelle Lune inclusivement.

104. Il suit de là, que si la nouvelle Lune tombe au 8 de mars, la pleine Lune tombera au 21, qui est le jour de l'équinoxe; et par conséquent cette pleine Lune sera pascale, c'est-à-dire qu'il faudra célébrer Pâques le premier dimanche qui la suivra. Pareillement, si la nouvelle Lune tombait quelques jours après le 8 de mars, la pleine Lune suivante serait aussi pascale. Si, au contraire, la nouvelle Lune tombait au 7 de mars, ou quelques jours avant, la pleine Lune arriverait avant l'équinoxe, et par conséquent il faudrait attendre la pleine Lune suivante pour faire la célébration de Pâques. Cela posé, voici comment on trouve le jour de Pâques.

105. Cherchez 1°. l'épacte et la lettre dominicale de l'année proposée. 2°. Voyez ensuite quel est le premier jour, après le 7 mars, auquel répond l'épacte de l'année dans le Calendrier, ce jour est le premier de la Lune pascale. 3°. Comptez 14 jours depuis celui de la nouvelle Lune inclusivement, le quatorzième sera la pleine Lune pascale. 4°. Enfin, voyez le premier jour après cette pleine Lune auquel répond la lettre dominicale, ce jour est le dimanche de Pâques.

Je veux, par exemple, savoir quel jour du mois a dû arriver la fête de Pâques l'année 1744 : je cherche d'abord l'épacte, qui est XV, et la lettre dominicale, qui est double cette année, savoir E D : mais je n'ai besoin que de D, parce que la première n'est que pour les deux premiers mois. 2°. Je regarde dans le Calendrier quel est le premier jour, après le 7 mars,

auquel répond l'épacte XV, et je vois que c'est le 16 : ainsi ce jour est la nouvelle Lune. 3°. Je compte 14 jours depuis le 16 inclusivement, et je trouve que le quatorzième est le 29 du mois de mars ; la pleine Lune arrive donc le 29 de mars. 4°. Je cherche à la suite du 29 mars quel est le premier jour à côté duquel se trouve le D, et je vois que c'est le 5 d'avril ; c'est par conséquent le dimanche de Pâques 1744.

106. Quand même le Calendrier ne montrerait pas exactement la nouvelle ni la pleine Lune, on ne laisserait pas de suivre la méthode que nous venons d'expliquer, parce que le tems de la célébration de Pâques dépend de la nouvelle et de la pleine Lune moyenne ; non pas de la pleine Lune astronomique, mais de celle qui est indiquée par le Calendrier ecclésiastique.

107. Pâques ne peut arriver plus tôt que le 22 mars, ni plus tard que le 25 avril ; c'est ce que nous allons faire voir. Selon l'intention du concile de Nicée, afin qu'une pleine Lune soit pascale, il faut qu'elle arrive le jour même de l'équinoxe, c'est-à-dire le 21 de mars, ou après ce tems. Or on ne célèbre la Pâque qu'après la pleine Lune pascale : par conséquent on ne peut la célébrer plus tôt que le 22 mars : c'est ce qui arrive quand la pleine Lune tombe au 21 de mars, et que ce jour est un samedi. En second lieu, cette fête peut être reculée jusqu'au 25 avril : car si la nouvelle Lune tombe au 7 de mars, la pleine Lune arrivera le 20 de ce mois ; elle ne sera donc pas pascale : ainsi il faudra attendre la nouvelle Lune suivante, qui n'arrivera que le 5 d'avril ; d'où, comptant 14 jours pour la pleine Lune, on trouvera qu'elle doit tomber au 18 de ce mois, qui peut être un dimanche : il faudra attendre le dimanche suivant : or ce dimanche suivant sera nécessairement le 25 d'avril.

Il est évident que Pâques ne peut pas être reculé plus loin : car si la nouvelle Lune, au lieu d'arriver le 7 de mars, était tombée au 8, la pleine Lune aurait été pascale, puisqu'elle serait arrivée le 21 de ce mois.

108. Toutes les autres fêtes mobiles dépendent de celle de Pâques. Si, par exemple, on compte six semaines avant

Pâques, c'est-à-dire 42 jours, non compris celui de Pâques, le quarante-deuxième sera le premier dimanche de Carême, et le mercredi d'avant sera le jour des Cendres; et, en remontant toujours vers le commencement de l'année, le dimanche qui précède le mercredi des Cendres est celui de la Quinquagésime ou le *dimanche gras;* le précédent est la Sexagésime, et enfin le précédent est la Septuagésime. Ainsi il est facile de voir combien il y a de dimanches après la fête des Rois jusqu'à la Septuagésime.

109. Si on veut trouver les fêtes depuis Pâques jusqu'à la fin de l'année, il faut remarquer que le jeudi qui vient 40 jours après Pâques, est le jour de l'*Ascension*, et que le cinquantième jour est la fête de la *Pentecôte;* le dimanche d'après c'est la fête de la *Trinité;* et le jeudi suivant, la *Fête-Dieu* qui arrive toujours le même quantième du mois que le *Samedi-Saint* ou la veille de Pâques. Il est facile, après cela, de compter combien il y a de dimanches après la Pentecôte jusqu'au premier dimanche de l'Avent, qui est le quatrième avant Noël.

Autre méthode pour trouver le jour de Pâques et l'âge de la Lune.

110. On publia vers 1740 une autre méthode plus facile que la précédente, pour trouver le jour de Pâques; elle dépend d'un changement fait dans le Calendrier, qui consiste à mettre les épactes des pleines Lunes à la place de celles des nouvelles; ce changement fut proposé par le P. Méliton, capucin, ancien professeur et associé de l'Académie de Toulouse, dans un Livre intitulé : *Gregoriana collectio illustrata, ampliata et à conviciis vindicata*, ouvrage imprimé à Toulouse, qui mérita l'approbation de l'Académie des Sciences de Paris. Voici le jugement qu'elle en porta : « La Compagnie a jugé » qu'il était rempli de recherches curieuses, que la substitution » faite par l'auteur, des épactes des pleines Lunes à celles » des nouvelles, au moyen de laquelle le calcul était consi- » dérablement abrégé et simplifié, était très-ingénieuse, et

» qu'en général tout l'ouvrage marquait beaucoup de sagacité » et de connaissance de cette matière dans l'auteur qui l'avait » traité d'une manière nette et précise ». Cette substitution des épactes des pleines Lunes à celle des nouvelles, fait trouver la fête de Pâques plus aisément, et d'ailleurs elle fait connaître la bonté et la justesse du Calendrier ecclésiastique qui doit montrer les pleines Lunes plus exactement que les nouvelles, parce que l'Eglise ne s'intéresse qu'au jour de la pleine Lune pascale qui arrive le 21 du mois de mars, ou quelques jours après. Aussi les réformateurs ont mieux aimé que le Calendrier marquât exactement la pleine Lune, qui est toujours censée le 14 du mois lunaire, que la nouvelle. Il y a tant de variétés dans l'intervalle de la nouvelle à la pleine Lune, qu'il n'est pas possible de déterminer exactement dans le Calendrier l'une et l'autre de ces deux phases d'une manière fixe et constante; car, si les nouvelles Lunes sont bien marquées, les pleines Lunes seront mal indiquées; et réciproquement si celles-ci le sont bien, les premières le seront mal. Il est donc à propos de prendre, pour l'usage du Calendrier, des épactes qui montrent les pleines Lunes, plutôt que d'autres qui indiquent les nouvelles, c'est ce qu'a fait le P. Méliton. Le Calendrier qu'il propose est le même que celui de Grégoire XIII avec un léger changement; mais l'usage en est différent.

111. Nous avons dit que la pleine Lune était toujours censée le 14 du mois lunaire. Il est cependant vrai qu'elle n'arrive ordinairement que le 16 du mois, en commençant à compter ce mois du moment où la Lune répond au même point de l'écliptique que le Soleil, qui est le tems de la nouvelle Lune astronomique. Si donc il s'agit de celle-là, on peut dire que la pleine Lune est le 16 du mois lunaire. Mais le Calendrier marque seulement le tems de la nouvelle Lune civile, qui est le jour où l'on commence à apercevoir la Lune le soir, après qu'elle a quitté le Soleil. Or cette nouvelle Lune n'arrive qu'environ deux jours après la première; ainsi la pleine Lune est le 14e jour, eu égard à cette nouvelle Lune. Voici le Calendrier avec le changement proposé par le père Méliton.

Calendrier des Épactes pour les pleines Lunes.

JANVIER.			FÉVRIER.			MARS.		
J. du mois.	Let. Dom.	Cycle des Epactes.	J. du mois.	Let. Dom.	Cycle des Epactes.	J. du mois.	Let. Dom.	Cycle des Epactes.
1	A	*	1	D	XXIX	1	D	*
2	B	XXIX	2	E	XXVIII	2	E	XXIX
3	C	XXVIII	3	F	XXVII	3	F	XXVIII
4	D	XXVII	4	G	XXVI	4	G	XXVII
5	E	XXVI	5	A	XXV	5	A	XXVI
6	F	XXV	6	B	XXIV	6	B	XXV
7	G	XXIV	7	C	XXIII	7	C	XXIV
8	A	XXIII	8	D	XXII	8	D	XXIII
9	B	XXII	9	E	XXI	9	E	XXII
10	C	XXI	10	F	XX	10	F	XXI
11	D	XX	11	G	XIX	11	G	XX
12	E	XIX	12	A	XVIII	12	A	XIX
13	F	XVIII	13	B	XVII	13	B	XVIII
14	G	XVII	14	C	XVI	14	C	XVII
15	A	XVI	15	D	XV	15	D	XVI
16	B	XV	16	E	XIV	16	E	XV
17	C	XIV	17	F	12. XIII	17	F	XIV
18	D	XIII	18	G	XII. XI	18	G	XIII
19	E	XII	19	A	X	19	A	XII
20	F	XI	20	B	IX	20	B	XI
21	G	X	21	C	VIII	21	C	X
22	A	IX	22	D	VII	22	D	IX
23	B	VIII	23	E	VI	23	E	VIII
24	C	VII	24	F	V	24	F	VII
25	D	VI	25	G	IV	25	G	VI
26	E	V	26	A	III	26	A	V
27	F	IV	27	B	II	27	B	IV
28	G	III	28	C	I	28	C	III
29	A	II				29	D	II
30	B	I				30	E	I
31	C	*				31	F	*

Calendrier des Épactes pour les pleines Lunes.

AVRIL.			MAI.			JUIN.		
J. du mois.	Let. Dom.	Cycle des Epactes.	J. du mois.	Let. Dom.	Cycle des Epactes.	J. du mois.	Let. Dom.	Cycle des Epactes.
1	G	XXIX	1	B	XXVIII	1	E	XXVII
2	A	XXVIII	2	C	XXVII	2	F	XXVI
3	B	XXVII	3	D	XXVI	3	G	XXV
4	C	XXVI	4	E	XXV	4	A	XXIV
5	D	XXV	5	F	XXIV	5	B	XXIII
6	E	XXIV	6	G	XXIII	6	C	XXII
7	F	XXIII	7	A	XXII	7	D	XXI
8	G	XXII	8	B	XXI	8	E	XX
9	A	XXI	9	C	XX	9	F	XIX
10	B	XX	10	D	XIX	10	G	XVIII
11	C	XIX	11	E	XVIII	11	A	XVII
12	D	XVIII	12	F	XVII	12	B	XVI
13	E	XVII	13	G	XVI	13	C	XV
14	F	XVI	14	A	XV	14	D	XIV
15	G	XV	15	B	XIV	15	E	12. XIII
16	A	XIV	16	C	XIII	16	F	XII. XI
17	B	12. XIII	17	D	XII	17	G	X
18	C	XII. XI	18	E	XI	18	A	IX
19	D	X	19	F	X	19	B	VIII
20	E	IX	20	G	IX	20	C	VII
21	F	VIII	21	A	VIII	21	D	VI
22	G	VII	22	B	VII	22	E	V
23	A	VI	23	C	VI	23	F	IV
24	B	V	24	D	V	24	G	III
25	C	IV	25	E	IV	25	A	II
26	D	III	26	F	III	26	B	I
27	E	II	27	G	II	27	C	*
28	F	I	28	A	I	28	D	XXIX
29	G	*	29	B	*	29	E	XXVIII
30	A	XXIX	30	C	XXIX	30	F	XXVII
			31	D	XXVIII			

Calendrier des Épactes pour les pleines Lunes.

JUILLET.			AOUT.			SEPTEMBRE.		
J. du mois.	Let. Dom.	Cycle des Epactes.	J. du mois.	Let. Dom.	Cycle des Epactes.	J. du mois.	Let. Dom.	Cycle des Epactes.
1	G	XXVI	1	C	XXV	1	F	XXIII
2	A	XXV	2	D	XXIV	2	G	XXII
3	B	XXIV	3	E	XXIII	3	A	XXI
4	C	XXIII	4	F	XXII	4	B	XX
5	D	XXII	5	G	XXI	5	C	XIX
6	E	XXI	6	A	XX	6	D	XVIII
7	F	XX	7	B	XIX	7	E	XVII
8	G	XIX	8	C	XVIII	8	F	XVI
9	A	XVIII	9	D	XVII	9	G	XV
10	B	XVII	10	E	XVI	10	A	XIV
11	C	XVI	11	F	XV	11	B	XIII
12	D	XV	12	G	XIV	12	C	XII
13	E	XIV	13	A	12. XIII	13	D	XI
14	F	XIII	14	B	XII. XI	14	E	X
15	G	XII	15	C	X	15	F	IX
16	A	XI	16	D	IX	16	G	VIII
17	B	X	17	E	VIII	17	A	VII
18	C	IX	18	F	VII	18	B	VI
19	D	VIII	19	G	VI	19	C	V
20	E	VII	20	A	V	20	D	IV
21	F	VI	21	B	IV	21	E	III
22	G	V	22	C	III	22	F	II
23	A	IV	23	D	II	23	G	I
24	B	III	24	E	I	24	A	*
25	C	II	25	F	*	25	B	XXIX
26	D	I	26	G	XXIX	26	C	XXVIII
27	E	*	27	A	XXVIII	27	D	XXVII
28	F	XXIX	28	B	XXVII	28	E	XXVI
29	G	XXVIII	29	C	XXVI	29	F	XXV
30	A	XXVII	30	D	XXV	30	G	XXIV
31	B	XXVI	31	E	XXIV			

Calendrier des Épactes pour les pleines Lunes.

OCTOBRE.			NOVEMBRE.			DÉCEMBRE.		
J. du mois.	Let. Dom.	Cycle des Epactes.	J. du mois.	Let. Dom.	Cycle des Epactes.	J. du mois.	Let. Dom.	Cycle des Epactes.
1	A	XXIII	1	D	XXI	1	F	XXI
2	B	XXII	2	E	XX	2	G	XX
3	C	XXI	3	F	XIX	3	A	XIX
4	D	XX	4	G	XVIII	4	B	XVIII
5	E	XIX	5	A	XVII	5	C	XVII
6	F	XVIII	6	B	XVI	6	D	XVI
7	G	XVII	7	C	XV	7	E	XV
8	A	XVI	8	D	XIV	8	F	XIV
9	B	XV	9	E	XIII	9	G	12. XIII
10	C	XIV	10	F	XII	10	A	XII. XI
11	D	12. XIII	11	G	XI	11	B	X
12	E	XII. XI	12	A	X	12	C	IX
13	F	X	13	B	IX	13	D	VIII
14	G	IX	14	C	VIII	14	E	VII
15	A	VIII	15	D	VII	15	F	VI
16	B	VII	16	E	VI	16	G	V
17	C	VI	17	F	V	17	A	IV
18	D	V	18	G	IV	18	B	III
19	E	IV	19	A	III	19	C	II
20	F	III	20	B	II	20	D	I
21	G	II	21	C	I	21	E	*
22	A	I	22	D	*	22	F	XXIX
23	B	*	23	E	XXIX	23	G	XXVIII
24	C	XXIX	24	F	XXVIII	24	A	XXVII
25	D	XXVIII	25	G	XXVII	25	B	XXVI
26	E	XXVII	26	A	XXVI	26	C	XXV
27	F	XXVI	27	B	XXV	27	D	XXIV
28	G	XXV	28	C	XXIV	28	E	XXIII
29	A	XXIV	29	D	XXIII	29	F	XXII
30	B	XXIII	30	E	XXII	30	G	XXI
31	C	XXII				31	A	19. XX.

112. On a choisi l'épacte douze plutôt qu'une autre pour la doubler, c'est-à-dire la réunir avec la précédente et la suivante, parce que sans cela il n'y aurait eu que douze jours au lieu de treize, depuis l'épacte de la nouvelle Lune non comprise, jusqu'à celle de la pleine Lune inclusivement, quand l'épacte XXV se serait trouvée entre les deux; et la pleine Lune aurait été marquée un jour trop tôt. De même qu'en employant les épactes des nouvelles Lunes, on a placé l'épacte doublée XXV au 5 avril, qui est le dernier terme des nouvelles Lunes pascales; pareillement, en se servant des épactes des pleines Lunes, il faut que l'épacte doublée soit placée au 18 avril, qui est le dernier terme des pleines Lunes pascales; ainsi cette épacte doit être douze, car c'est l'épacte douze qui répond à ce jour.

113. Ces épactes servent à trouver les pleines Lunes, de même que les autres font trouver les nouvelles Lunes. Par exemple, l'épacte des pleines Lunes pour 1744 étant 11, il y a eu pleine Lune cette année, tous les jours vis-à-vis desquels se trouve l'épacte 11, c'est-à-dire le 29 janvier, le 27 février, le 29 mars, etc.

114. Si on veut savoir, sans le secours du Calendrier, à quel jour d'un mois proposé arrivera la pleine Lune, on le trouvera de la manière suivante. Il faut ajouter l'épacte de l'année à celle du mois, et retrancher la somme du nombre 31 ou 30, selon que le mois lunaire sera plein ou cave; le reste marquera le jour de la pleine Lune. Quand on aura trouvé le jour de la pleine Lune, on en retranchera 15; le reste sera le jour de la nouvelle Lune précédente: mais si au jour de la pleine Lune on ajoute 15 ou 14, suivant que le mois lunaire est plein ou cave, la somme sera la nouvelle Lune qui suit la pleine Lune qu'on a trouvée d'abord. Par exemple, si on veut avoir le jour de la pleine Lune d'octobre de 1744, on ajoutera l'épacte 2 à 7, qui est l'épacte du mois, et on retranchera la somme 9 de 30, parce que le mois lunaire d'octobre est un mois cave; le reste 21 sera le jour de la pleine Lune. Si de 21 on ôte 15, le reste 6 sera le jour de la nouvelle Lune.

précédente ; mais si à 21 on ajoute 15, parce que la lunaison de novembre est pleine ; la somme sera 36, dont il faut ôter les 31 jours d'octobre ; le reste 5 marquera la nouvelle Lune pour le 5 de novembre ; elle est arrivée cependant le 4, mais cela ne doit pas paraître surprenant à cause de l'irrégularité du mouvement de la Lune.

115. S'il s'agit de la pleine Lune de septembre 1743, laquelle année a eu XXI pour épacte de la pleine Lune, on la trouvera de la manière suivante : l'épacte 21, plus celle de septembre 7, font la somme 28 qu'il faut ôter de 31, parce que le mois lunaire de septembre est plein ; le reste 3 marquera le jour de la pleine Lune. Pour avoir le jour de la nouvelle Lune précédente, on ôtera 15 jours ; savoir, trois du mois de septembre, et douze du mois d'août qui en a 31 ; le reste 19 marquera le jour de la nouvelle Lune d'août. Mais si à 3 on ajoute 15, la somme 18 désignera le jour de la nouvelle Lune d'octobre. La pleine Lune est arrivée le 4, à 2^h 44′ du matin. Il n'y a pas, à beaucoup près, un jour entier d'erreur.

116. Voici la raison de cette méthode : l'épacte des pleines Lunes d'une année désigne le nombre des jours depuis la pleine Lune du mois de décembre précédent, jusqu'à la fin de ce mois, y compris le jour de la pleine Lune ; ainsi l'épacte II de 1744 exprime que vers la fin de 1743 il y avait deux jours depuis celui de la dernière pleine Lune inclusivement jusqu'à la fin de décembre. Par conséquent, si tous les mois solaires étaient égaux à ceux de la Lune, la pleine Lune arriverait deux jours avant le commencement de chaque mois solaire ; mais les mois solaires sont plus longs que les lunaires d'environ un jour pour chaque mois ; et cet excès du mois solaire recule la pleine Lune d'une quantité de jours égale à la somme des excès des mois solaires qui sont déjà écoulés. Il faut donc ajouter cette somme, qui est l'épacte des mois, à l'épacte de l'année, afin de connaître de combien de jours la pleine Lune a précédé le commencement de chaque mois. Cela posé, pour trouver la pleine Lune d'un mois, je fais attention qu'il y a

un mois lunaire depuis la pleine Lune inclusivement jusqu'à la suivante non comprise, lequel est composé de deux parties : la première est la somme de deux épactes, ou la fin du mois solaire précédent; la seconde est le commencement du mois suivant, jusqu'au jour de la pleine Lune cherchée. Or, de ces deux parties, on connaît la première ou la somme des épactes; si donc on retranche cette somme du mois lunaire, le reste, augmenté d'une unité, marquera le jour de la pleine Lune qu'on cherche. Par exemple, pour trouver la pleine Lune d'octobre 1744, je retranche la somme des épactes 2 et 7 de 29, le reste est 20; ainsi le nombre 21, qui est le reste 20 augmenté d'une unité, donne le jour de la pleine Lune d'octobre 1744. Au lieu d'augmenter le reste d'une unité, on retranche la somme des épactes de 31 pour les mois pleins, et de 30 pour les mois caves. Donc, pour trouver la pleine Lune d'un mois, il faut retrancher la somme des deux épactes de 31 ou de 30, selon que le mois lunaire est plein ou cave.

117. Quand on a trouvé les jours de la pleine Lune, il en faut ôter 15; le reste marque la nouvelle Lune précédente, parce que le jour de la nouvelle Lune précède de 15 jours celui de la pleine Lune; ou, ce qui revient au même, la pleine Lune est ordinairement le 16 du mois lunaire. Enfin, si au jour de la pleine Lune on ajoute 15 pour les mois pleins, et 14 pour les mois caves, on aura la nouvelle Lune suivante; parce que dans les mois pleins il y a 14 jours entre la pleine Lune et la nouvelle suivante, et 13 dans les mois caves.

118. Afin de trouver l'âge de la Lune sans Calendrier pour quelque jour que ce soit d'un mois solaire, il faut observer ce qui suit : on ajoutera ensemble l'épacte de l'année, celle du mois, et enfin les jours du mois, depuis le commencement jusqu'au jour proposé qui doit y être compris; la somme marquera les jours depuis la dernière pleine Lune inclusivement; ensuite, si cette première somme ne surpasse pas 15 dans les mois pleins, et 14 dans les mois caves, il faudra l'ajouter à 15; on aura une autre somme qui sera l'âge de la Lune. Mais si la première somme excède le nombre 15 ou 14, il

faudra en retrancher le premier ou le second de ces nombres, selon que la lunaison est pleine ou cave ; le reste sera l'âge de la Lune. Ainsi, pour connaître l'âge de la Lune au 6 juillet 1744, j'ajoute ensemble l'épacte annuelle 2, celle du mois 4, et les 6 jours du mois ; la somme est 12 : il faut donc, selon le premier cas, ajouter 12 à 15, et la seconde somme 27 sera l'âge de la Lune au 6 juillet. Pareillement, pour savoir l'âge de la Lune au 22 du même mois, j'ajoute ensemble l'épacte annuelle 2, l'épacte du mois 4, et les jours du mois 22 ; la somme est 28, laquelle est plus grande que 15 ; c'est pourquoi, selon le second cas, j'ôte 15 de la somme 28, et le reste 13 marque l'âge de la Lune au 22 juillet 1744.

Si on cherchait l'âge de la Lune pour le 12 du mois d'août 1744, il ne faudrait ôter que 14 de la somme 19 qu'on trouverait, en ajoutant les trois nombres 2, 5 et 12, parce que la Lune qui finit au mois d'août est cave, et par conséquent n'a que 14 jours, depuis la pleine Lune inclusivement jusqu'à la fin.

119. Dans le premier cas de la méthode, c'est-à-dire, quand on ajoute la somme des trois nombres à 15, on trouve l'âge de la Lune qui a commencé avant la pleine Lune du mois solaire précédent, c'est-à-dire, du mois de juin, dans notre exemple ; dans le second cas on trouve l'âge de la Lune qui a commencé après cette pleine Lune.

120. La raison de cette méthode est facile à concevoir après ce que nous avons dit dans l'article 116 ; car, puisque la somme de l'épacte annuelle et de celle du mois proposé marque les jours depuis la pleine Lune du mois solaire précédent jusqu'à la fin de ce même mois, il est évident que si à ces deux épactes on ajoute les jours du mois proposé jusqu'au jour dont il s'agit, la somme marquera le nombre des jours depuis la dernière pleine Lune jusqu'à ce jour ; ainsi, s'il s'agit du 6 du mois de juillet 1744, en ajoutant ensemble les deux épactes 2, 4, et le nombre 6, la somme 12 exprimera combien il y a de jours depuis la pleine Lune de juin jusqu'au 6 du mois de juillet. On conçoit pareillement que si la

somme des trois nombres ne passe pas 15 ou 14, comme dans cet exemple, le mois lunaire n'est pas fini. Or ce mois lunaire a commencé 15 jours avant la pleine Lune; donc, en ajoutant à 15 la somme qui marque le nombre de jours depuis la pleine Lune inclusivement, la nouvelle somme exprimera l'âge de la Lune pour le jour marqué. Que si la somme des deux épactes et des jours du mois jusqu'à celui dont il s'agit surpasse 15 ou 14, selon que la lunaison est pleine ou cave, le mois lunaire suivant sera commencé après ces 15 ou 14 jours; ainsi, pour connaître l'âge de cette Lune commencée, il faudra de la somme des trois nombres ôter les 15 ou 14 jours.

121. On trouve un peu plus facilement le jour de Pâques par les épactes des pleines Lunes que par celles des nouvelles Lunes; en voici la méthode. Il faut avoir d'abord l'épacte de l'année et la lettre dominicale; ensuite on regarde dans le Calendrier quel est le jour auquel l'épacte répond entre le 20 de mars et le 19 avril, non compris ces deux termes : le premier dimanche après ce jour auquel répond l'épacte, est la fête de Pâques. Si, par exemple, je veux trouver le jour de Pâques de 1744, dont l'épacte est II, et la seconde lettre dominicale est D, je regarde dans le Calendrier, entre les deux termes marqués, quel est le jour auquel répond l'épacte II, et je vois que c'est au 29 mars; après quoi je regarde encore quel est le premier jour après le 29 mars, qui a la lettre dominicale D, et j'aperçois que c'est le 5 avril; d'où je conclus que c'est le jour de Pâques. On trouvera, par la même méthode, que dans l'année 1745, qui avait pour épacte XIII et pour lettre dominicale C, Pâques arrivait le 18 avril.

122. On peut aussi trouver le jour de Pâques sans le secours du Calendrier, quand on connaît l'épacte de l'année et la lettre dominicale. En voici la méthode appliquée aux années 1744 et 1745. L'année 1744 a eu II d'épacte et D pour lettre dominicale; je cherche d'abord la pleine Lune de mars de cette année, en retranchant de 31 la somme des épactes d'année et de mois (art. 114). Mais, comme l'épacte de mars est zéro, il n'y a que l'épacte annuelle II à retrancher de 31, le reste est 29; ainsi la pleine Lune est le 29 de mars; par

conséquent Pâques était le premier dimanche après le 29 de ce mois. Or, pour connaître quel était le premier dimanche, il faut observer que D est la lettre dominicale attachée au 22 de mars, qui est le premier jour où Pâques puisse arriver; ainsi D se trouve encore au 29, et ensuite au 5 avril, de sept jours en sept jours. Par conséquent, le 5 avril est le premier dimanche après la pleine Lune pascale en 1744: ainsi c'est le jour de Pâques.

123. Pour ce qui est de l'année 1745, qui avait pour épacte XIII, et pour lettre dominicale C, je retranche l'épacte 13 de 31; le reste est 18: ainsi la pleine Lune de mars n'est pas pascale dans cette année, parce qu'elle ne peut arriver plus tôt que le 21 de mars. La pleine Lune pascale de 1745 est donc celle d'avril; c'est pourquoi je cherche cette pleine Lune, en retranchant de 31 la somme de l'épacte annuelle 13, et de celle d'avril qui est 1; il faut donc ôter 14 de 31, et le reste 17 fait connaître que la pleine Lune arrivait le 17 d'avril. Il ne s'agit plus que de trouver le premier dimanche après le 17. Pour cela j'observe que la lettre G répond au premier d'avril; donc le C répond au 4; ainsi il répond encore au 11 de ce mois, ensuite au 18, en ajoutant toujours 7: par conséquent le 18 est le premier dimanche après la pleine Lune pascale. C'est donc la fête de Pâques.

124. On voit bien qu'il faut ôter l'épacte annuelle de 31 et non pas de 30 quand il s'agit de mars, parce que le mois lunaire de mars est plein. Il semble d'abord, au contraire, qu'il faut retrancher la somme des deux épactes de 30 et non pas 31, pour trouver la pleine Lune d'avril, parce que le mois lunaire d'avril est censé cave. Mais il faut remarquer que ce mois ne devient cave, par rapport aux épactes, que par la réunion de deux épactes en un même jour; et par conséquent le mois ne doit être regardé comme cave que pour les pleines Lunes marquées par les épactes qui, par la réunion des deux, sont rapprochées d'un jour vers le premier du mois, c'est-à-dire, pour l'épacte douze, quand elle est désignée par 12, et placée à côté de XIII, et pour les autres épactes inférieures XI, X, IX, etc. Mais le mois lunaire doit

être censé plein pour les pleines Lunes marquées par les épactes qui ne sont pas remontées d'un jour par la réunion des deux : ce sont les épactes supérieures à l'épacte douze, savoir, XXIX, XXVIII, XXVII, etc., et même l'épacte douze, quand elle est marquée par XII placé à côté de XI. Par conséquent, pour avoir la pleine Lune d'avril marquée par ces épactes supérieures à XII et par XII même, il faut ôter de 31 la somme des épactes annuelle et de mois ; au lieu qu'il faut ôter cette somme de 30 seulement pour les pleines Lunes marquées par les autres épactes.

125. Il ne reste plus qu'à dire comment on trouve les épactes des pleines Lunes. On peut connaître les épactes des pleines Lunes par celles des nouvelles Lunes ; il n'y a qu'à ôter 13 de l'épacte de la nouvelle Lune, le reste sera l'épacte de la pleine Lune. Si on ne peut ôter 13 de l'épacte de la nouvelle Lune, il faut d'abord y ajouter 30, et de la somme ôter 13, le reste sera encore l'épacte de la pleine Lune. Par exemple, l'épacte de la nouvelle Lune de 1745 est XXVI ; or, si on ôte 13 de 16, le reste est 13 ; ainsi l'épacte de la pleine Lune pour 1745 est XIII ; l'épacte de la nouvelle Lune pour 1746 est VII ; il faut y ajouter 30, et de la somme 37 ôter 13, le reste sera 24. Ainsi l'épacte des pleines Lunes pour 1746 est XXIV. Cette pratique est fondée sur ce que dans le Calendrier la pleine Lune n'est éloignée de la nouvelle que de 13 jours.

126. Quand on a l'épacte de la pleine Lune pour une année, il faut y ajouter onze, afin d'avoir l'épacte de l'année suivante, et ôter 30 toutes les fois que la somme est au-dessus de 30. L'épacte de 1744 est 2 : ainsi, en y ajoutant onze, la somme 13 est l'épacte de 1745. Lorsque le nombre d'or est 19, il faut ajouter 12 à l'épacte de cette année, pour avoir celle de l'année suivante, comme pour les épactes des nouvelles Lunes.

127. Voici une Table étendue des épactes des pleines Lunes, faite sur les mêmes principes que la Table rapportée ci-dessus pour les épactes des nouvelles Lunes. La suite C de cette Table est la même que celle qui est 13 lignes au-dessous de la suite C de la Table pour les épactes des nouvelles Lunes. Il en est de même des autres suites ou séries.

TABLE

DES ÉPACTES

		NOMBRES								
		I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX
		ÉPACTES.								
Lettres indices des trente suites ou cycles des Epactes.	C	xvij	xxviij	ix	xx	j	xij	xxiij	iv	xv
	B	xvj	xxvij	viij	xix	*	xj	xxij	iij	xiv
	A	xv	xxvj	vij	xviij	xxix	x	xxj	ij	xiij
	u	xiv	xxv	vj	xvij	xxviij	ix	xx	j	xij
	t	xiij	xxiv	v	xvj	xxvij	viij	xix	*	xj
	f	xij	xxiij	iv	xv	xxvj	vij	xviij	xxix	x
	r	xj	xxij	iij	xiv	xxv	vj	xvij	xxviij	ix
	q	x	xxj	ij	xiij	xxiv	v	xvj	xxvij	viij
	p	ix	xx	j	xij	xxiij	iv	xv	xxvj	vij
	n	viij	xix	*	xj	xxij	iij	xiv	xxv	vj
	m	vij	xviij	xxix	x	xxj	ij	xiij	xxiv	v
	l	vj	xvij	xxviij	ix	xx	j	xij	xxiij	iv
	k	v	xvj	xxvij	viij	xix	*	xj	xxij	iij
	i	iv	xv	xxvj	vij	xviij	xxix	x	xxj	ij
	h	iij	xiv	xxv	vj	xvij	xxviij	ix	xx	j
	g	ij	xiij	xxiv	v	xvj	xxvij	viij	xix	*
	f	j	xij	xxiij	iv	xv	xxvj	vij	xviij	xxix
	e	*	xj	xxij	iij	xiv	xxv	vj	xvij	xxviij
	d	xxix	x	xxj	ij	xiij	xxiv	v	xvj	xxvij
	c	xxviij	ix	xx	j	xij	xxiij	iv	xv	xxvj
	b	xxvij	viij	xix	*	xj	xxij	iij	xiv	xxv
	a	xxvj	vij	xviij	xxix	x	xxj	ij	xiij	xxiv
	P	xxv	vj	xvij	xxviij	ix	xx	j	xij	xxiij
	N	xxiv	v	xvj	xxvij	viij	xix	*	xj	xxij
	M	xxiij	iv	xv	xxvj	vij	xviij	xxix	x	xxj
	H	xxij	iij	xiv	xxv	vj	xvij	xxviij	ix	xx
	G	xxj	ij	xiij	xxiv	v	xvj	xxvij	viij	xix
	F	xx	j	xij	xxiij	iv	xv	xxvj	vij	xviij
	E	xix	*	xj	xxij	iij	xiv	xxv	vj	xvij
	D	xviij	xxix	x	xxj	ij	xiij	xxiv	v	xvj

ÉTENDUE

DES PLEINES LUNES.

'OR.

X	XI	XII	XIII	XIV	XV	XVI	XVII	XVIII	XIX
				ÉPACTES.					
xvj	vij	xviij	xxix	x	xxj	ij	xiij	xxiv	v
xv	vj	xvij	xxviij	ix	xx	j	12	xxiij	iv
xiv	v	xv	xxvij	viij	xix	*	xj	xxij	iij
xiij	iv	xv	xxvj	vij	xviij	xxix	x	xxj	ij
xij	iij	xiv	xxv	vj	xvij	xxviij	ix	xx	j
xj	ij	xiij	xxiv	v	xvj	xxvij	viij	xix	*
x	j	12	xxiij	iv	xv	xxvj	vij	xviij	xxix
ix	*	xj	xxij	iij	xiv	xxv	vj	xvij	xxviij
viij	xxix	x	xxj	ij	xiij	xxiv	v	xvj	xxvij
vij	xxviij	ix	xx	j	12	xxiij	iv	xv	xxvj
vj	xxvij	viij	xix	*	xj	xxij	iij	xiv	xxv
v	xxvj	vij	xviij	xxix	x	xxj	ij	xiij	xxiv
iv	xxv	vj	xvij	xxviij	ix	xx	j	12	xxiij
iij	xxiv	v	xvj	xxvij	viij	xix	*	xj	xxij
ij	xxiij	iv	xv	xxvj	vij	xviij	xxix	x	xxj
j	xxij	iij	xiv	xxv	vj	xvij	xxviij	ix	xx
	xxj	ij	xiij	xxiv	v	xvj	xxvij	viij	xix
	xx	j	12	xxiij	iv	xv	xxvj	vij	xviij
iij	xix	*	xj	xxij	iij	xiv	xxv	vj	xvij
ij	xviij	xxix	x	xxj	ij	xiij	xxiv	v	xvj
j	xvij	xxviij	ix	xx	j	12	xviij	iv	xv
	xvj	xxvij	viij	xix	*	xj	xxij	iij	xiv
	xv	xxvj	vij	xviij	xxix	x	xxj	ij	xiij
j	xiv	xxv	vj	xvij	xxviij	ix	xx	j	12
	xiij	xxiv	v	xvj	xxvij	viij	xix	*	xj
	xij	xxiij	iv	xv	xxvj	vij	xviij	xxix	x
	xj	xxij	iij	xiv	xxv	vj	xvij	xxviij	ix
xix	x	xxj	ij	xiij	xiv	v	xvj	xxvij	viij
xviij	ix	xx	j	12	xxiij	iv	xv	xxvj	vij
xvij	viij	xix	*	xj	xxij	iij	xiv	xxv	vj

128. On ajoute ici une autre Table pour trouver facilement les épactes des nouvelles et pleines Lunes pour 1000 ans; à commencer à 1700. On a mis au haut de la Table les centièmes années de chaque siècle, et sous chacune de ces années on a placé deux colonnes d'épactes : la première, marquée par *N*, contient les épactes des nouvelles Lunes; la seconde, marquée *P*, contient celles des pleines Lunes : enfin on a mis à gauche des épactes toutes les années des siècles qui sont entre les années séculaires. Voici comment on trouve par cette Table les deux épactes d'une année proposée. 1°. Si cette année est une centième, les deux épactes qui lui conviennent sont les premières sous cette année au haut des colonnes. Ainsi l'épacte des nouvelles Lunes de l'année 1700 est IX, et celle des pleines Lunes est XXVI. 2°. Si l'année dont on cherche les épactes est après une centième, par exemple 1745, on cherchera 45 parmi les années marquées à la gauche des épactes. Ensuite on regardera dans les deux colonnes qui sont sous 1700 quelles sont les épactes qui se trouvent vis-à-vis de 45; on verra que c'est XXVI et XIII; la première est celle des nouvelles Lunes de 1745, et la seconde est celle des pleines Lunes de la même année.

Les centièmes années des siècles qu'on a mises à la marge à gauche montrent quelles sont les années de chaque siècle qui ont le nombre d'or 1, et dans lesquelles par conséquent on ajoute 12 à chaque épacte de l'année précédente, pour avoir celles de l'année qui a 1 pour nombre d'or. Ainsi 1700, qui répond aux années 10, 29, 48, 67, 86, fait voir que les années 1710, 1729, 1748, 1767, 1786, ont 1 pour nombre d'or, et que ces deux épactes de chacune de ces années viennent de celles de l'année précédente, augmentées de 12. C'est ce que l'on peut reconnaître dans les deux colonnes qui sont sous 1700. On a placé au-dessus des colonnes les lettres indices qui désignent dans la Table étendue des épactes les séries convenables aux siècles auxquels répondent les colonnes.

Du Calendrier Français.

129. [Nous voudrions nous abstenir de parler du Calendrier

INES LUNES

1700.

| LETTRE des | | | A | | |

français qui n'a eu qu'une existence éphémère; mais les transactions passées dans le cours de la révolution, et plusieurs de nos lois en vigueur qui furent rendues alors, portant les dates de la nouvelle ère, il est utile de connaître les dates correspondantes du Calendrier grégorien.

Lorsque la France fut constituée en république, on imagina ce nouveau Calendrier qui avait beaucoup d'analogie avec le Calendrier égyptien : en effet l'on fit tous les mois de 30 jours, et l'on composa le mois de trois décades; l'année se complétait par l'addition de 5 ou de 6 *jours complémentaires*, selon qu'elle était commune ou sextile. Ces mois reçurent les noms suivans :

Vendémiaire,	*Brumaire*,	*Frimaire*,
Nivose,	*Pluviose*,	*Ventose*,
Germinal,	*Floréal*,	*Prairial*,
Messidor,	*Thermidor*,	*Fructidor*.

Les trois premiers se rapportaient à l'automne, les trois suivans à l'hiver, les trois autres au printems, et les trois derniers à l'été.

Ces dénominations étaient certainement très-significatives, et elles avaient de plus l'avantage d'offrir des terminaisons uniformes pour chaque saison. Enfin le quantième de la décade correspondait à celui du mois, ce qui n'était pas moins commode. Mais la difficulté était de fixer précisément le commencement de l'année, parce que l'on voulait qu'il fût déterminé par l'entrée vraie du Soleil dans le signe de la Balance, et arrêté chaque fois par le Corps législatif, d'après une déclaration formelle des astronomes : or cela rendait l'intercalation fort embarrassante (*Astron.* de M. Delambre, t. III, p. 696). Néanmoins l'origine de l'ère française fut fixée au 22 septembre 1792, et il est dit par l'art. III du décret du 4 frimaire an II (24 novembre 1793) que, *chaque année commence à minuit, avec le jour où tombe l'équinoxe vrai.*

Il est probable que si nos astronomes eussent été libres de fixer le commencement de l'année, ils l'auraient placé à l'équinoxe du printems ou au solstice d'hiver, et auraient imaginé

un mode d'intercalation plus simple et plus régulier que celui qui est relatif au Calendrier français; mais puisque ce Calendrier ne pouvait, sous aucun rapport, obtenir l'assentiment des autres nations, il valait encore mieux y renoncer entièrement, comme on l'a fait depuis le 1er janvier 1806.]

Nous allons donner la correspondance de ces deux Calendriers pour l'an VII qui a commencé au 22 septembre 1798, et fini au 22 septembre 1799; mais on observera qu'il y a un jour de plus à la date grégorienne, lorsque l'année française commence le 23, comme en 1799, 1800, 1801, 1802, 1804, etc., et 2 jours quand c'est le 24, comme en 1803.

De même quand l'année grégorienne est bissextile comme en 1804, 1808, 1812, etc. après le 28 février il y a 29, et tous les jours suivans doivent être diminués d'une unité dans la colonne du Calendrier grégorien.

La lettre *s*, dans le premier tableau, indique les années françaises qui ont été sextiles.

Commencement des Années républicaines.

AN.	Septembre.		AN.	Septembre.		AN.	Septembre.	
2	22.	1793	10	23.	1801	18	23.	1809
3 s	22.	1794	11 s	23.	1802	19	23.	1810
4	23.	1795	12	24.	1803	20 s	23.	1811
5	22.	1796 B	13	23.	1804 B	21	23.	1812 B
6	22.	1797	14	23.	1805	22	23.	1813
7 s	22.	1798	15 s	23.	1806	23	23.	1814
8	23.	1799	16	24.	1807	24 s	23.	1815
9	23.	1800	17	23.	1808 B	25	23.	1816 B

CORRESPONDANCE du nouveau Calendrier avec l'ancien, pour l'an VII.

VENDÉMIAIRE.		BRUMAIRE.		FRIMAIRE.		NIVOSE.	
1	22 SEPTEMBRE 1798.	1	22 OCTOBRE.	1	21 NOVEMBRE.	1	21 DÉCEMBRE.
2	23	2	23	2	22	2	22
3	24	3	24	3	23	3	23
4	25	4	25	4	24	4	24
5.	26	5	26	5	25	5	25
6	27	6	27	6	26	6	26
7	28	7	28	7	27	7	27
8	29	8	29	8	28	8	28
9	30	9	30	9	29	9	29
10	1 OCTOBRE.	10	31	10	30	10	30
11	2	11	1 NOVEMBRE.	11	1 DÉCEMBRE.	11	31
12	3	12	2	12	2	12	1 JANVIER 1799.
13	4	13	3	13	3	13	2
14	5	14	4	14	4	14	3
15	6	15	5	15	5	15	4
16	7	16	6	16	6	16	5
17	8	17	7	17	7	17	6
18	9	18	8	18	8	18	7
19	10	19	9	19	9	19	8
20	11	20	10	20	10	20	9
21	12	21	11	21	11	21	10
22	13	22	12	22	12	22	11
23	14	23	13	23	13	23	12
24	15	24	14	24	14	24	13
25	16	25	15	25	15	25	14
26	17	26	16	26	16	26	15
27	18	27	17	27	17	27	16
28	19	28	18	28	18	28	17
29	20	29	19	29	19	29	18
30	21	30	20	30	20	30	19

CORRESPONDANCE du nouveau Calendrier avec l'ancien, pour l'an VII.

PLUVIOSE.		VENTOSE.		GERMINAL.		FLORÉAL.	
1	20 JANVIER 1799.	1	19 FÉVRIER.	1	21 MARS.	1	20 AVRIL.
2	21	2	20	2	22	2	21
3	22	3	21	3	23	3	22
4	23	4	22	4	24	4	23
5	24	5	23	5	25	5	24
6	25	6	24	6	26	6	25
7	26	7	25	7	27	7	26
8	27	8	26	8	28	8	27
9	28	9	27	9	29	9	28
10	29	10	28	10	30	10	29
11	30	11	1 MARS.	11	31	11	30
12	31	12	2	12	1 AVRIL.	12	1 MAI.
13	1 FÉVRIER.	13	3	13	2	13	2
14	2	14	4	14	3	14	3
15	3	15	5	15	4	15	4
16	4	16	6	16	5	16	5
17	5	17	7	17	6	17	6
18	6	18	8	18	7	18	7
19	7	19	9	19	8	19	8
20	8	20	10	20	9	20	9
21	9	21	11	21	10	21	10
22	10	22	12	22	11	22	11
23	11	23	13	23	12	23	12
24	12	24	14	24	13	24	13
25	13	25	15	25	14	25	14
26	14	26	16	26	15	26	15
27	15	27	17	27	16	27	16
28	16	28	18	28	17	28	17
29	17	29	19	29	18	29	18
30	18	30	20	30	19	30	19

CORRESPONDANCE du nouveau Calendrier avec l'ancien, pour l'an VII.

PRAIRIAL.		MESSIDOR.		THERMIDOR.		FRUCTIDOR.	
	MAI 1799.		JUIN.		JUILLET.		AOUT.
1	20	1	19	1	19	1	18
2	21	2	20	2	20	2	19
3	22	3	21	3	21	3	20
4	23	4	22	4	22	4	21
5	24	5	23	5	23	5	22
6	25	6	24	6	24	6	23
7	26	7	25	7	25	7	24
8	27	8	26	8	26	8	25
9	28	9	27	9	27	9	26
10	29	10	28	10	28	10	27
11	30	11	29	11	29	11	28
12	31	12	30	12	30	12	29
13		13		13	31	13	30
	JUIN.		JUILLET.		AOUT.	14	31
14	1	14	1	14	1		SEPTEMBRE.
15	2	15	2	15	2	15	1
16	3	16	3	16	3	16	2
17	4	17	4	17	4	17	3
18	5	18	5	18	5	18	4
19	6	19	6	19	6	19	5
20	7	20	7	20	7	20	6
21	8	21	8	21	8	21	7
22	9	22	9	22	9	22	8
23	10	23	10	23	10	23	9
24	11	24	11	24	11	24	10
25	12	25	12	25	12	25	11
26	13	26	13	26	13	26	12
27	14	27	14	27	14	27	13
28	15	28	15	28	15	28	14
29	16	29	16	29	16	29	15
30	17	30	17	30	17	30	16
	18		18			*Jours complém.*	
						1	17
						2	18
						3	19
						4	20
						5	21
						6	22

TABLE DES MATIÈRES.

TRAITÉ

DE LA SPHÈRE ET DU CALENDRIER.

AVERTISSEMENT de l'éditeur, pag.
Observation sur la sixième édition, vi
Préface de l'auteur, ii

TRAITÉ DE LA SPHÈRE.

NOTIONS PRÉLIMINAIRES, 1
On distingue différentes espèces de sphères, et l'on indique les principales propriétés des différens cercles que l'on y considère.
Division du cercle en degrés ou en grades, 1

LIVRE PREMIER.

De la Sphère armillaire et des cercles les plus usités dans l'Astronomie, 1
Ce qu'on entend par étoiles fixes et par planètes, 1
Les satellites sont des astres qui accompagnent les planètes dans leur course, *ib*
Du mouvement de la Sphère étoilée et du mouvement propre des planètes 18 et 1
De l'horizon rationel et de l'horizon sensible, 2
Ce que c'est que le zénith et le nadir, *ibid*
Manière de déterminer l'étendue de l'horizon visible, connaissant la hauteur de l'observateur au-dessus de la mer, 2
Du méridien et de ses propriétés, 22 et 2
L'équateur divise la Sphère en deux hémisphères : ce cercle est parcouru par le Soleil deux fois l'année, 2
Des points *nord* et *sud*, *ibid*
Les points où l'équateur coupe l'horizon s'appellent l'*est* et l'*ouest*. 2
De l'Ecliptique et du Zodiaque, ainsi que du mouvement propre du Soleil, *ibid*
L'obliquité de l'écliptique est environ de 23° 28′, *ibid*
Elle diminue de 50″ par siècle, *ibid*
Le Soleil parcourt l'écliptique pendant l'année entière.

Nutation de l'axe de la Terre, pag. 25 et 26
Noms des douze signes du Zodiaque, 26
Durée inégale des quatre saisons de l'année, 27
Du mouvement direct ou rétrograde des planètes, 28
La courbe que le Soleil paraît décrire pendant l'année est une ellipse, *ibid.*
Le grand axe de cette courbe se nomme *ligne des apsides*.
Ce que c'est que l'*apogée* et le *périgée*, *ibid.*
Ce qu'on entend par *périhélie* et par *aphélie*, 30
Du mouvement progressif des étoiles, *ibid.*
Les étoiles fixes paraissent toutes douées d'un mouvement vers l'orient, c'est ce qu'on appelle la *précession des équinoxes*, 31
Ce qu'on entend par *année tropique* et par *année sidérale*, 31 et 32
L'*aberration* est une illusion d'optique qui nous fait paraître les astres dans un lieu autre que celui qu'ils occupent, 32
Il est plus naturel d'attribuer le phénomène de la précession au mouvement des points équinoxiaux qui aurait lieu contre l'ordre des signes, c'est-à-dire d'orient en occident, *ibid.*
Durée de l'*année anomalistique*, 33
Des colures, *ibid.*
Des tropiques, *ibid.*
Le Soleil décrit le tropique du Cancer au solstice d'été, et le tropique du Capricorne au solstice d'hiver, 34
Ce que c'est que l'orient et l'occident d'été, l'orient et l'occident d'hiver, *ib.*
Des cercles polaires, 35
De quelques cercles qui ne sont pas représentés dans la Sphère armillaire, 36
Ce qu'on entend par *points cardinaux*, 37
par *distance zénithale* et par *hauteur méridienne*, *ibid.*
Des cercles de déclinaison et de latitude, *ibid.*
Des almicantarats et des cercles de longitude, 38
De l'ascension droite et de la différence ascensionnelle, 39
De l'amplitude et de l'azimuth, 40

LIVRE II.

Des cercles de la Sphère que l'on imagine sur le globe terrestre, et des différentes apparences que l'on y remarque en divers lieux, 43
Phénomènes qui ont fait reconnaître que la Terre est ronde, 43 et 44
De la ligne équinoxiale et des pôles de la Terre, 44 et 45
Des méridiens terrestres, 45
De la zône torride et des zônes tempérées et glaciales, 45 et 46
Des climats, 46
Du crépuscule, 47
De la latitude géographique, 48
De la longitude géographique, 49

Du premier méridien, pag. 50
On distingue deux sortes de jours, 52
Des apparences de la Sphère droite, 54
Des apparences de la Sphère oblique, 55
Des apparences de la Sphère parallèle, 65
Trouver à quelle heure le Soleil se lève ou se couche à un jour proposé, dans un lieu dont on connaît la latitude, 68
Quand il est midi à une ville, par exemple à Paris, trouver l'heure qu'il est à une autre ville, 69
Trouver quelle heure il est dans les endroits de la Terre, quand il est une certaine heure à un lieu, par exemple à Paris, *ibid.*
Du mouvement et des apparences de la Lune, 70
Cet astre nous présente toujours le même hémisphère, du moins à très-peu près.
Ce que c'est que la *libration de la Lune*, 70 et 71
De ses phases, 71
Du mois *périodique* et du mois *synodique* de la Lune, 72
Par quoi est produite la *lumière cendrée* de cet astre, 73
De la conjonction et de l'opposition, 73 et 74
Des syzygies et des quadratures, 74
De l'orbite de la Lune et de ses nœuds, 77
Circonstances qui produisent l'éclipse de Soleil, 78
De la pénombre, *ibid.*
Cas où il y a éclipse de Lune, 79
Grandeur d'une éclipse évaluée en doigts, 81
Mouvement diurne des fixes comparé à celui du Soleil : manière de régler une pendule,
Accélération des fixes, 82
Manière de régler une pendule sur le tems sidéral, *ibid.*
Les jours sidéraux sont égaux, *ibid.*
Usage de l'accélération des fixes pour régler une pendule sur le Soleil, 83
Nomenclature de quelques étoiles principales, et moyen de les reconnaître dans le ciel, 84
Du tems moyen et de l'équation du tems, 87
Il est impossible de régler exactement une pendule sur le mouvement réel du Soleil ; mais on la règle sur le moyen mouvement, *ibid.*
Usage de l'*équation du tems* pour cet effet, 88
Les jours moyens sont égaux, *ibid.*

SUPPLÉMENT.

Exposition abrégée du système planétaire, 89
De la gravitation universelle, 90
Enoncé des lois de Képler, *ibid.*
Des perturbations du mouvement elliptique, 91

Ce qu'on entend par *inégalités séculaires*, pag. 91
Caractères par lesquels on distingue les planètes les unes des autres, *ibid.*
Planètes qui ont des satellites, *ibid.*
Les éclipses des satellites de Jupiter servent pour déterminer les longitudes terrestres, 92
Ce qu'on entend par planètes inférieures et par planètes supérieures, 92 et 93
De l'anneau de Saturne, 93 et 94
TABLEAU de la durée des mouvemens de toutes les planètes connues, de leurs distances au Soleil et de leur grosseur relative, etc., 95
TABLEAU des satellites de Jupiter, de Saturne et d'Uranus, 96
Des comètes, 97
A quoi tient la difficulté de prédire leur retour, 98

LIVRE III.

Contenant différens problèmes sur la Sphère, qui ne supposent que la Trigonométrie rectiligne, 99
PROBLÈME Ier. Tracer une ligne méridienne sur un plan horizontal, *ibid.*
Méthode des hauteurs correspondantes, 102
PROBLÈME II. Trouver la hauteur d'un astre et principalement du Soleil sur l'horizon, 104
De l'effet de la réfraction sur la position des astres, 107
TABLE DES RÉFRACTIONS, *ibid.*
PROBLÈME III. Trouver la hauteur du pôle sur l'horizon, 110
Ce qu'on entend par *résultat moyen*, 111
De la parallaxe du Soleil, et de la manière d'en tenir compte dans les observations astronomiques, 113
PROBLÈME IV. Trouver la circonférence et le diamètre d'un grand cercle de la Terre, 114
Les observations géodésiques, c'est-à-dire celles qui ont rapport au problème précédent, ont prouvé que la Terre est aplatie aux pôles, et renflée à l'équateur, 116
Des nouvelles mesures décimales déduites de la grandeur du méridien terrestre, 117
Le *mètre* est l'unité fondamentale de nos nouvelles mesures, *ibid.*
PROBLÈME V. Trouver la longitude d'une ville ou d'un autre lieu de la Terre, c'est-à-dire sa distance au premier méridien, ou, ce qui revient au même, trouver la différence des longitudes de deux lieux, 119
Usage des éclipses de Lune pour cet effet, 120 et 121
Les bonnes montres marines servent aussi pour déterminer les longitudes, 121 et 122
PROBLÈME VI. Trouver la grandeur du parallèle d'un lieu, en supposant connues la latitude du lieu et la grandeur de l'équateur, 123
PROBLÈME VII. Trouver la plus grande distance à laquelle on peut voir un objet élevé; et réciproquement, trouver la hauteur d'une montagne dont on voit le sommet à une distance connue, 125

PROBLÈME VIII. La latitude d'un lieu étant donnée avec la déclinaison du Soleil, trouver la longueur de l'ombre méridienne d'un corps perpendiculaire à l'horizon, dont la hauteur est connue, pag. 127

PROBLÈME IX. Connaissant la latitude du lieu et la déclinaison du Soleil, trouver la hauteur d'un objet dont on a mesuré l'ombre méridienne, 128

LIVRE IV,

Contenant plusieurs problèmes de Trigonométrie sphérique.

PROBLÈME Ier. Connaissant la hauteur du pôle sur l'horizon, la déclinaison du Soleil et la réfraction horizontale, trouver la longueur du jour, et par conséquent l'heure du lever et du coucher du Soleil, 129

Table des arcs semi-diurnes réduits en heures, 134

Usage du problème précédent, pour connaître si une horloge marque l'heure conformément au Soleil, 138

PROBLÈME II. La hauteur du pôle ou la latitude d'un lieu étant donnée avec la déclinaison du Soleil, trouver la longueur du jour pour ce lieu, sans y comprendre l'augmentation causée par la réfraction, 142

PROBLÈME III. La latitude du lieu ou la hauteur du pôle étant donnée, avec la déclinaison du Soleil et la réfraction horizontale, trouver l'amplitude orientale ou occidentale du Soleil, 145

PROBLÈME IV. Connaissant la hauteur du pôle avec la déclinaison du Soleil, trouver la hauteur de cet astre sur l'horizon à quelque heure que ce soit du jour, 148

PROBLÈME V. Tracer une méridienne sur un plan horizontal, par un seul point d'ombre de l'extrémité d'un style, la hauteur du pôle étant connue avec la déclinaison du Soleil et sa hauteur sur l'horizon, 152

PROBLÈME VI. Connaissant l'obliquité de l'écliptique et la déclinaison du Soleil, trouver son ascension droite, 154

PROBLÈME VII. La durée du jour, pour quelque lieu, étant connue avec la déclinaison du Soleil, trouver la latitude du lieu, 155

PROBLÈME VIII. Trouver le commencement, la fin et la largeur des climats de mois, 159

PROBLÈME IX. Trouver la plus courte distance de deux lieux, par exemple de deux villes dont on connaît la latitude et la longitude, 163

PROBLÈME X. Connaissant les latitudes de deux lieux et leur plus courte distance géographique, trouver leur différence en longitude, 166

TABLE des longitudes et des latitudes des principales villes du globe et de leurs plus courtes distances à Paris, 167

TRAITÉ DU CALENDRIER.

Le Calendrier est une méthode de distribution du tems, pag. 171
Des jours et des mois, *ibid.*
Les Grecs appelaient *nicthémère*, c'est-à-dire nuit-jour, le jour de 24 heures; on distingue deux sortes de jours, le jour civil et le jour astronomique, 172
Manière dont les Juifs et les Romains divisaient le jour artificiel, 172 et 173
L'usage de la semaine remonte à la plus haute antiquité, et les noms des jours qui la composent viennent des planètes, 173
Méthode pour se rappeler quels sont les mois qui portent 31 jours, 174
Les Egyptiens faisaient tous les mois de 30 jours, et complétaient l'année par cinq jours épagomènes; mais leur Calendrier était très-imparfait, *ibid.*
Les Romains avaient trois points fixes dans chaque mois, savoir les *Calendes*, les *Nones* et les *Ides*, 175
Calendrier romain, 176 *et suiv.*
D'où vient la dénomination d'année bissextile, 180
Quand Jules-César réforma le Calendrier romain, il fut obligé pour ramener les mêmes mois aux mêmes saisons, d'ajouter 30 jours à l'année 47 avant notre ère : on la nomma l'*année de la confusion*.
On compte deux sortes de mois lunaires, le mois *périodique* et le mois *synodique*, *ibid.*
Les mois synodiques sont alternativement de 29 et de 30 jours, *ibid.*
Du mouvement vrai et du mouvement moyen, 181
De l'année, *ibid.*
L'année est ou solaire ou lunaire; la première est plus longue que la seconde d'environ 11 jours, 182
L'année lunaire est en usage chez les Turcs; elle commence tantôt à une saison, tantôt à une autre, 184
Du cycle solaire, 185
Le cycle solaire est une révolution de 28 ans, pendant laquelle les années commencent par différens jours de la semaine.
Les fêtes immobiles parcourent donc les différens jours de la semaine, 186
Méthode de trouver le cycle solaire pour une année proposée, 187
Des lettres dominicales, 188
Il y en a sept dont une sert pour les années communes et deux pour les années bissextiles. Ces lettres sont successivement en usage dans un ordre rétrograde, 189
Calendrier civil perpétuel, 191
Méthode de trouver la lettre dominicale pour une année proposée, 192 et 193.
TABLE DES LETTRES DOMINICALES depuis 1600 jusqu'à 5600, 195
Du cycle lunaire et des nombres d'or, 196
Le cycle lunaire est composé de 19 ans, pendant lesquels ont lieu toutes les variétés qui peuvent arriver aux nouvelles lunes, par rapport aux jours

du mois. Cet espace renferme 235 lunaisons, dont 12 pour chaque année et 7 de plus.

Les nombres d'or placés dans le Calendrier, servaient à connaître les jours des nouvelles Lunes pour toutes les années; mais ce moyen était sujet à erreur, pag. 199 et 200

Méthode de trouver le nombre d'or pour chaque année, 200

TABLE DES NOMBRES D'OR pour toutes les années depuis l'ère vulgaire jusqu'à l'an 5600, 202

De l'indiction. C'est une révolution de 15 ans; elle est purement arbitraire, 204

Moyen de trouver l'indiction d'une année proposée, *ibid.*

Des périodes victorienne et julienne. La première renferme 532 ans; c'est le produit des cycles solaire et lunaire. La période julienne est le produit des trois cycles 28, 19, 15, ou une révolution de 7980 ans. La première année de l'ère chrétienne était la 4714 de cette période, 204 à 206

De la réformation du Calendrier en 1582, 206

L'ancien Calendrier avait deux défauts notables; le premier défaut venait de ce qu'on avait supposé l'année astronomique de 365*j* 6*h*, au lieu de 365*j* 5*h* 49′; ensorte que du tems du Concile de Nicée, qui se tint en 1582, on se trouvait en erreur de 10 jours sur le Soleil; on fut donc obligé de retrancher 10 jours de l'année 1582, et le Pape Grégoire XIII ordonna que dans la suite on ôterait 3 jours sur 4 siècles, afin de ne plus retomber dans une pareille erreur. Le second défaut du Calendrier ancien consistait en ce que les nouvelles Lunes y étaient indiquées 4 jours trop tard, 208

De la *métemptose* ou *équation solaire*, et de la *proemptose* ou *équation lunaire*, 209

Des Épactes, *ibid.*

Ce sont trente nombres de suite, dont le premier est 1 : on les a mis vis-à-vis tous les jours du mois : il y en a 19 qui occupent presque toujours les mêmes places que les nombres d'or avaient : ils sont disposés dans un ordre rétrograde, 210

L'épacte indique le nombre de jours dont la nouvelle Lune précède le commencement de l'année civile, *ibid.*

C'est à l'aide des épactes qu'on a remédié au second défaut de l'ancien Calendrier.

CALENDRIER GRÉGORIEN en usage dans tous les pays catholiques, 214 *et suiv.*

On trouve l'épacte d'une année, quand on connaît celle de la précédente, en ajoutant onze à cette dernière épacte, excepté les années qui ont 1 pour nombre d'or, 218

Autre méthode pour trouver l'épacte d'une année, 219

Construction de la *Table étendue des épactes*, 220 à 225

Explication de l'usage et de la construction de la *Table de l'équation des épactes*, 226 à 229

De l'usage du Calendrier, pag. 230
Il y a deux usages du Calendrier qui dépendent des épactes; l'un est d'indiquer l'âge de la Lune, l'autre de faire connaître le jour de Pâques. On peut aussi trouver l'âge de la Lune, indépendamment du Calendrier, 230 et 231
Manière de trouver le jour de Pâques, 233
Pâques ne peut arriver plutôt que le 22 mars et plus tard que le 25 avril. Comment on trouve les autres fêtes mobiles, 234 et 235
Autre méthode pour trouver le jour de Pâques et l'âge de la Lune, 235
Dans le Calendrier ecclésiastique, il vaut mieux que les pleines Lunes soient marquées exactement que les nouvelles Lunes. Pourquoi la pleine Lune est censée le 14 du mois lunaire, quoiqu'elle arrive ordinairement le 16, 236
Calendrier des épactes pour les pleines Lunes, 237 à 240
Les pleines Lunes se trouvent dans ce Calendrier comme on trouve les nouvelles dans le Calendrier ordinaire,
Manière de trouver les époques de la pleine Lune et de la nouvelle Lune, sans le secours du Calendrier, 241 et 242
Comment on trouve l'âge de la Lune sans Calendrier, pour chaque jour du mois, 243
Manière de trouver le jour de Pâques, soit avec, soit sans le Calendrier, 245 et 246
Trouver les épactes des pleines Lunes pour chaque année, 247
Table étendue des épactes des pleines Lunes, 248
Autre Table pour trouver facilement les épactes des nouvelles et pleines Lunes pour 1000 ans, à commencer à l'année 1700, 250
Du Calendrier français, *ibid.*
Ce Calendrier qui a été imaginé pendant nos discordes civiles, n'a eu qu'une existence éphémère; mais il est utile de connaître la correspondance des dates républicaines et de celles du Calendrier grégorien.
Avantages et défaut de ce nouveau Calendrier, 251

Fin de la Table des Matières.

ERRATA.

Page 148, ligne 7; *hauteur sur*, lisez, *hauteur de cet astre sur*
Page 187, ligne 6 en remontant; l'année de, *lisez*, l'année depuis
Page 225, colonnes 18 et 19, au lieu de XXV, *lisez* 25

Fig. 1.

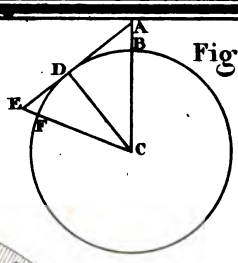


Fig. 2.

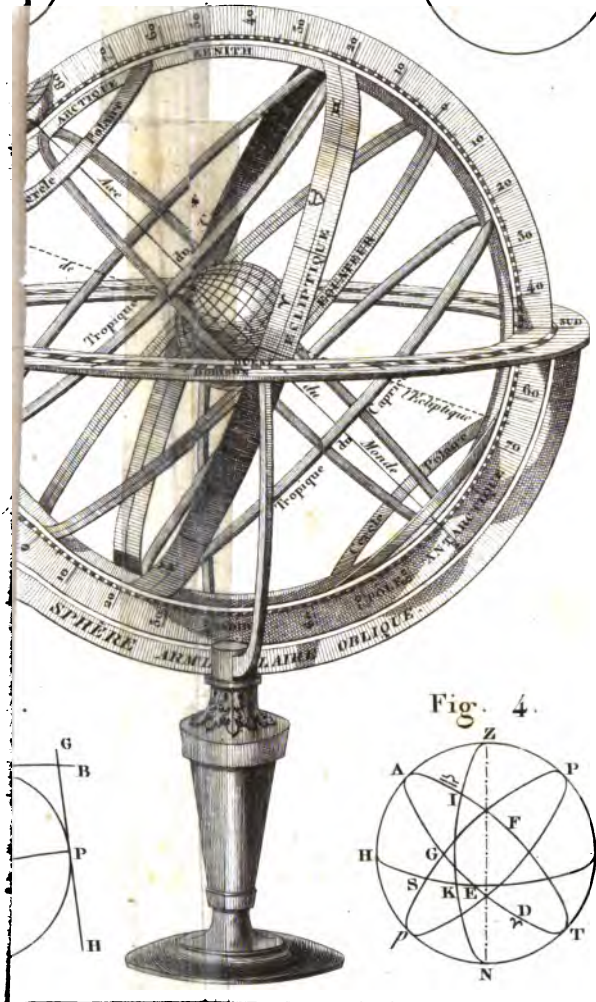


Fig. 4.

par Amb. TARDIEU, Quai des Augustins, N° 59, à Paris.

Fig. 5.

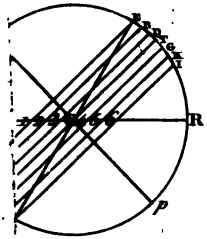


Fig. 6.

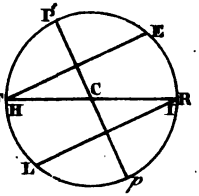


Fig. 7.

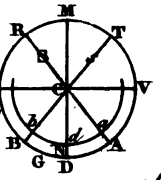


Fig. 8.

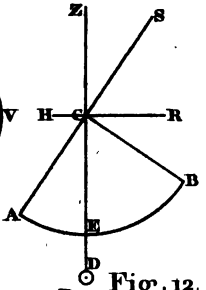


Fig. 9.

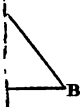


Fig. 10.

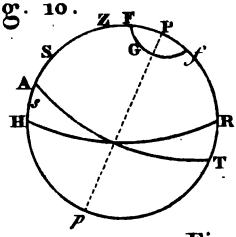


Fig. 11.

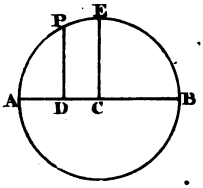


Fig. 12.

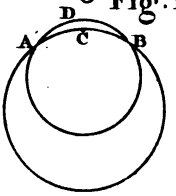


Fig. 13.

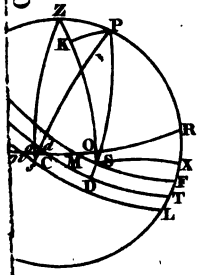


Fig. 14.

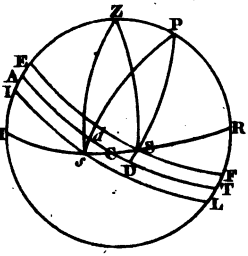


Fig. 15.

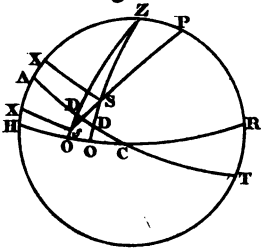


Fig. 16.

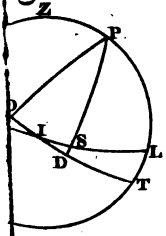


Fig. 17.

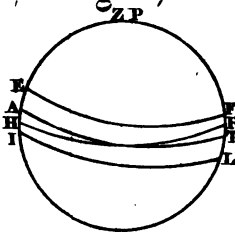
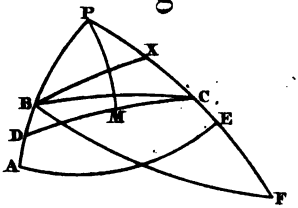


Fig. 18.



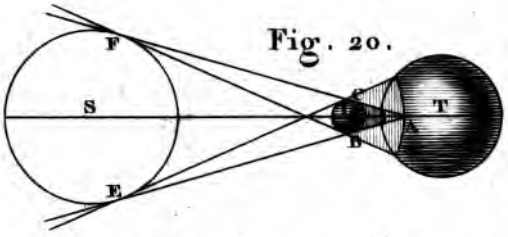


Fig. 20.
F
S
E
T
B

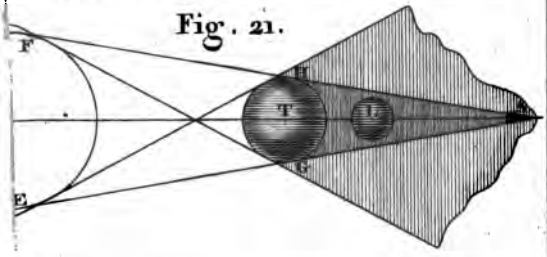


Fig. 21.
F
T
T
E

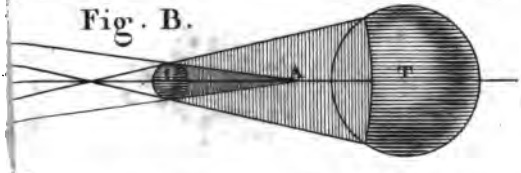


Fig. B.
T

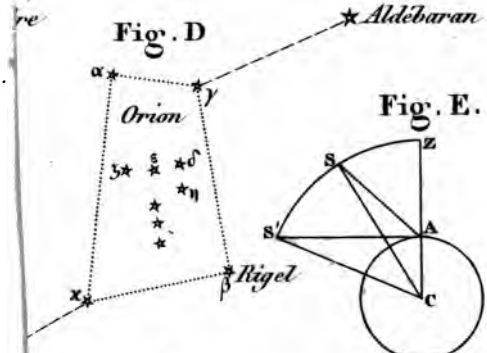


Fig. D
Aldébaran
α
γ
Orion
ζ
δ
η
Rigel
β
κ
Fig. E.
Z
S
S'
A
C

Acme
Bookbinding Co., Inc.
300 Summer Street
Boston, Mass. 02210